

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОФИЗИКИ УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ГАШКОВ МИХАИЛ АЛЕКСЕЕВИЧ

**ДИНАМИКА РАСПЛАВЛЕННОГО МЕТАЛЛА В КАТОДНОМ
ПЯТНЕ ВАКУУМНОГО ДУГОВОГО РАЗРЯДА**

01.04.13 – электрофизика, электрофизические установки

Д и с с е р т а ц и я

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Чл.-корр. РАН, д. ф.-м. н.
Н.М. Зубарев

Екатеринбург

2018

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Обзор литературы	13
1.1 Экспериментальные работы по вакуумному дуговому разряду	13
1.2 Гидродинамические работы по столкновению капли с поверхностью	26
1.3 Возможные механизмы расплескивания жидкости	38
1.4 Гидродинамические процессы в катодном пятне вакуумной дуги	46
Глава 2. Анализ динамики жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги с помощью принципа гидродинамического подобия	57
2.1 Учет цикличности дуговых процессов	58
2.1.1 Критерий расплескивания жидкости	58
2.1.2 Динамика расплавленного металла в катодном пятне	60
2.1.3 Результаты и обсуждение	62
2.1.4 Замечания к разделу 2.1	64
2.2 Анализ данных по горению вакуумной дуги для различных материалов	65
2.2.1 Условия расплескивания жидкости	65
2.2.2 Параметры динамики жидкости в катодном пятне вакуумной дуги	67
2.2.3 Замечания к разделу 2.2	70
2.3 Условие расплескивания расплава	71
2.3.1 Вывод условия расплескивания расплава	71
2.3.2 Применения критерия к анализу расплескивания жидкого металла	74
2.3.3 Анализ критерия расплескивания	75
2.4 Выводы к главе 2	76

Глава 3. Аналитическая модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда	78
3.1 Основные положения модели	79
3.2 Скорость вытеснения жидкого металла	82
3.3 Характерное время расплескивания	83
3.4 Условие расплескивания жидкого металла	87
3.5 Оценки для основных параметров процесса	89
3.6 Аналогия с задачей о столкновении капель с твердой преградой	94
3.7 Неустойчивость Релея-Тейлора	96
3.8 Заключительные замечания	97
3.9 Выводы к главе 3	99
Глава 4. Механизмы образования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда	101
4.1 Моделирование процессов формирования жидкометаллического вала	102
4.2 Механизмы нарушения осевой симметрии и распад вала	104
4.3 Результаты анализа распада вала	106
4.4 Исследование механизмов струеобразования для диапазона токов ячейки и ее диаметра	108
4.5 Выводы к главе 4	113
Заключение	114
Литература	116

Введение

Актуальность темы исследования. Основные свойства вакуумного дугового разряда определяются процессами в небольшой, ярко светящейся области на катоде, через которую осуществляется токоперенос с межэлектродным промежутком, – катодном пятне. Катодное пятно включает в себя активную часть поверхности катода, нагретую до температур, превышающих температуру плавления, и прикатодную плазму. Согласно [1], катодное пятно вакуумной дуги состоит из отдельных фрагментов – ячеек. Электрический ток, протекающий через ячейку, ограничен и измеряется единицами ампер, а общий ток дугового разряда складывается из токов отдельных ячеек. Это положение легло в основу эктонной модели катодного пятна [2–4], которая также предполагает циклический характер функционирования ячеек.

Согласно эктонной модели, ключевую роль в самоподдержании вакуумной дуги играет взрывная электронная эмиссия из-за электрического взрыва образующихся в катодном пятне струй жидкого металла. В недавних работах Г.А. Месяца и Н.М. Зубарева [5, 6] был предложен подход к рассмотрению гидродинамических процессов в ячейках катодного пятна, основанный на аналогии с процессами, происходящими при столкновении капель жидкости с твердой поверхностью. Последнее считается классической задачей гидродинамики; ей посвящено огромное количество [7–9] как теоретических, так и экспериментальных работ. Как будет продемонстрировано в предлагаемой диссертационной работе, использование этого подхода позволит достичь заметного прогресса в понимании динамики жидкой фазы в катодном пятне вакуумной дуги.

В работе выявлен механизм образования струй жидкого металла, определены пороговые условия их формирования, определены основные пространственно-временные характеристики для различных материалов катода. Актуальность проведенных исследований обусловлена

необходимостью понимания механизмов самоподдержания вакуумного дугового разряда, а также механизмов эрозии катода.

Степень разработанности темы исследования. Исследование процессов, происходящих в вакуумном дуговом разряде и, в частности, в катодном пятне, имеет более чем полувековую историю (см. книгу А. Андерса [10] и ссылки там). Важную роль в формировании современных представлений о процессах, происходящих в катодном пятне, сыграла монография И.Г. Кесаева [1], в которой было сделано предположение о ячеистой структуре катодного пятна. Дальнейший прогресс в этой области связан с открытием взрывной электронной эмиссии [11] и ее приложением к вопросам самоподдержания вакуумной дуги [4]. Считается, что гидродинамические процессы в катодном пятне приводят к образованию микронеоднородностей, электрический взрыв которых обеспечивает условия для воспроизводства новых ячеек. Тем не менее, несмотря на понимание важности гидродинамических процессов в жидкой фазе катодного пятна, целенаправленно динамика формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги вплоть до последнего времени практически не исследовалась. Для экспериментальных исследований это связано с тем, что процессы в катодном пятне не удавалось наблюдать *in situ* из-за малых временных (порядка наносекунд) и пространственных (порядка микрометров) масштабов. Препятствием к развитию адекватной теории является принципиальная трехмерность процессов, приводящих к формированию струй.

Целью работы является описание гидродинамических процессов в жидкой фазе единичной ячейки катодного пятна вакуумной дуги, в частности:

1. Для различных материалов катода показать, что параметры движения расплавленного металла в катодном пятне при околопороговых токах соответствуют критическим условиям образования струй при столкновении одиночных капель с поверхностью.
2. Сопоставить циклические гидродинамические процессы в катодных пятнах вакуумного дугового разряда с процессами, происходящими при периодическом столкновении капель с поверхностью. Основное внимание предлагается уделить анализу факторов, определяющих пороговый характер генерации струй.

3. Выявить механизм образования жидкометаллических струй при выдавливании (давлением взрывной плазмы) расплава из формирующихся кратеров в катодном пятне вакуумной дуги.
4. Сформулировать критерий формирования жидкометаллических струй (определить минимальные значения давления плазмы и протекающего через отдельный кратер электрического тока, необходимые для реализации режима расплескивания жидкого металла).
5. Оценить основные пространственные и временные характеристики процесса вытеснения жидкого металла из формирующихся кратеров с его последующим расплескиванием.

Научная новизна:

- Продемонстрировано, что основные закономерности процесса расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги могут быть описаны в рамках принципа гидродинамического подобия на основе сопоставления с процессом столкновения капель жидкости с твердой преградой. Сопоставление проводилось как для падения одиночных капель, так и для серии капель с заданным интервалом (он интерпретировался как период дугового цикла). Показано, что условия, реализующиеся в катодном пятне при околопороговых токах соответствуют условиям смены режимов движения жидкости (от ее растекания по катоду к расплескиванию — формированию струй и капель). Ранее подобных исследований не проводилось.
- Теоретически получен критерий формирования жидкометаллических струй и, следовательно, самоподдержания вакуумного дугового разряда, основанный на сравнении скорости истечения расплава из формирующихся кратеров и групповой скорости поверхностных волн.
- Представлена аналитическая модель гидродинамических процессов в катодном пятне, ответственных за функционирование элементарной ячейки вакуумной дуги. Оценены основные временные и пространственные характеристики процесса, найдены минимальные значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока,

необходимые для расплескивания жидкого металла. Удалось продемонстрировать, что процесс образования струй носит пороговый характер.

- Установлено, что за образование и развитие микронеоднородностей, появляющихся при истечении жидкого металла из микрократеров на поверхности катода вакуумной дуги, в широком диапазоне токов ответственна неустойчивость Релея-Плато.

Теоретическая и практическая значимость работы. Вакуумная дуга — классический пример явления, уже получившего широкое практическое применение, но до сих пор не имеющего цельной теории происходящих в ней плазменных, электродинамических и гидродинамических процессов, в частности, ответственных за ее самоподдержание. Предполагается, что самоподдержание дугового разряда обусловлено возникновением микроострий на поверхности катода, в которых реализуются условия для инициирования взрывной электронной эмиссии. В диссертационной работе исследуется образование подобных микронеоднородностей за счет гидродинамических процессов, сопровождающих образование микрократеров на поверхности катода. С теоретической точки зрения, полученные результаты важны для понимания механизмов самоподдержания вакуумной дуги, а также механизмов эрозии катода. С практической точки зрения, результаты в части формулировки пороговых условий горения дуги могут быть полезны при конструировании электрофизических установок, в которых возможно зажигание вакуумной дуги.

Методы исследования. Для анализа процессов в жидкой фазе катодного пятна вакуумной дуги использовался принцип гидродинамического подобия, который позволил сопоставить их с хорошо изученными процессами при столкновении капель с поверхностью. Исследование динамики формирования струй осуществлялось с использованием теории поверхностных волн в идеальной несжимаемой жидкости. При этом аналитические трехмерные расчеты комбинировались с результатами двумерного осесимметричного моделирования образования кратера.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. С использованием принципа гидродинамического подобия сопоставлено поведение расплавленного металла в катодном пятне вакуумной дуги с поведением жидкости при

столкновении одиночных капель с плоской твердой поверхностью (для последнего имеются обширные данные об условиях расплескивания). Для различных материалов катода (Cu, W, Au, Mo) продемонстрировано, что условия, реализующиеся при околопороговых токах, соответствуют пороговым условиям образования струй.

2. Обоснована возможность использования метода гидродинамического подобия для сопоставления процессов, происходящих в жидкой фазе катодного пятна с учетом цикличности функционирования дуги, и процессов расплескивания жидкости при последовательном столкновении капель с поверхностью: несмотря на значительную разницу в пространственно-временных масштабах (соответственно, микрометры и наносекунды для дугового разряда и миллиметры и миллисекунды для падения капель), безразмерные гидродинамические числа, характеризующие эти процессы, практически совпадают.
3. Предложен критерий формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги, основанный на сравнении скорости истечения расплава из формирующихся кратеров и групповой скорости волн на поверхности жидкости.
4. Предложена аналитическая модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда; в рамках модели определены пространственные и временные характеристики этого процесса, такие как скорость истечения расплавленного металла из формирующихся кратеров, время образования струй, их количество.
5. Найдены минимальные значения давления плазмы и протекающего через отдельный кратер электрического тока, необходимые для реализации режима расплескивания жидкого металла и, как следствие, самоподдержания дугового разряда в рамках эктонной модели.
6. Установлено, что за развитие азимутальных неустойчивостей свободной поверхности жидкого металла, вытесняемого давлением плазмы из формирующихся кратеров катодного пятна вакуумной дуги, и последующее формирование струй ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Релея-Плато. Подобный механизм образования струй реализуется в широком диапазоне токов ячеек катодного пятна и их размеров.

Апробация результатов работы. Основные результаты докладывались на следующих научных мероприятиях:

1. XV, XVI, XVII Всероссийские школы-семинары по проблема физики конденсированного состояния вещества. г. Екатеринбург, Россия. 2014 г., 2015 г., 2016 г.
2. XVII, XVIII, XIX, XX Конференции молодых ученых ИЭФ УрО РАН. г. Екатеринбург, Россия. 2015 г., 2016 г., 2017 г., 2018 г.
3. XXIII Научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике. г. Москва, Россия. 2014 г.
4. XI Международная научная конференция “Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики”. г. Петергоф, Россия. 2015 г.
5. XI Международная научная конференция “Волновая электрогидродинамика проводящей жидкости”. г. Ярославль, Россия. 2015 г.
6. XIX International Symposium on High Current Electronics. г. Томск, Россия. 2016 г.
7. XXXII International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter. п. Эльбрус, Россия. 2017 г.
8. XX Зимняя школа по механике сплошных сред. г. Пермь, Россия. 2017 г.
9. XXIII Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых. г. Екатеринбург, Россия. 2017 г.
10. XXXIII International Conference on Phenomena in Ionized Gases. п. Эшторил, Португалия. 2017 г.
11. XIII Международная конференция “Газоразрядная плазма и ее применение”. г. Новосибирск, Россия. 2017 г.
12. XXXIII International Conference on Equations of State for Matter. п. Эльбрус, Россия. 2018 г.
13. XX International Symposium on High Current Electronics. г. Томск, Россия. 2018 г.
14. XXVIII International Symposium on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum. г. Грайфсвальд, Германия. 2018 г.

Степень достоверности научных результатов. Обоснованность и достоверность результатов исследования определяются использованием классических и современных методов теоретического описания динамики жидкости. В работе был использован известный принцип гидродинамического подобия, позволяющий сопоставлять процессы с различными характерными пространственно-временными масштабами: протекающими в катодном пятне и при столкновении капель жидкости с твердой поверхностью. Возможность его применения обусловлена тем обстоятельством, что в обоих случаях жидкость занимает ограниченный объем и обладает исходной кинетической энергией. Достоверность результатов, полученных на основе комбинирования численного двумерного моделирования и аналитического описания трехмерных процессов в катодном пятне, подтверждается совпадением полученной картины рельефа поверхности с фотографиями катодов после горения разряда. В целом, полученные в работе результаты демонстрируют хорошее согласие с результатами других авторов и данными экспериментов в широком диапазоне параметров для различных материалов катода.

Личный вклад автора. Автор принимал участие в разработке подходов к определению механизма формирования струй; самостоятельно разработал программный код для описания развития различного рода трехмерных неустойчивостей поверхности жидкого металла, развивающихся при нарушении осевой симметрии формирующегося жидкометаллического вала.

Автор принимал участие в разработке аналитической модели формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги. В рамках модели оценены основные характеристики ячеек катодного пятна, такие как: время дугового цикла, размер и количество струй, пороговое значение электрического тока, протекающего через отдельный кратер.

Автором диссертации был реализован подход к качественному описанию динамики жидкой фазы в катодном пятне вакуумной дуги, основанный на сопоставлении соответствующих процессов с процессами при столкновении как отдельных, так и серии капель с твердой поверхностью в рамках принципа гидродинамического подобия. Это позволило сформулировать условия расщепления жидкого металла, оценить безразмерные гидродинамические числа (числа Вебера, Рейнольдса, Онезорге), соответствующее околоскритическим токам дуги.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 19 печатных работ, из них 6 — в рецензируемых научных журналах и 13 — в сборниках трудов конференций, входящих в список литературы под номерами [12–17] и [18–30], соответственно.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Диссертация изложена на 128 страницах, включая 50 рисунков, 6 таблиц. Список литературы содержит 122 наименования.

ВО ВВЕДЕНИИ обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель работы, ее научная новизна и практическая значимость, приведено краткое содержание работы.

В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ приведен обзор состояния исследований процессов, происходящих на поверхности катода при горении вакуумного дугового разряда, а также процессов, сопровождающих столкновения капель с поверхностью. Изложены основы эктонной модели функционирования вакуумной дуги.

ВО ВТОРОЙ ГЛАВЕ на основе принципа гидродинамического подобия показано, что, несмотря на существенное различие в пространственно-временных масштабах, процессы, происходящие в катодных пятнах вакуумной дуги, и процессы при столкновении капель жидкости с твердой поверхностью протекают сходно и их можно сопоставлять. Анализ известных гидродинамических работ показал, что гидродинамические числа, характеризующие движение расплавленного металла (для широкого перечня материалов катода) при токах, близких к пороговым, попадают в хорошо исследованный в гидродинамике диапазон значений. Более того, было продемонстрировано, что для расплава они лежат близко к границе, разделяющей различные режимы движения жидкости: ее растекание и расплескивание.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ предложена аналитическая модель функционирования единичной ячейки катодного пятна, основанная на рассмотрении гидродинамических процессов (в качестве внешних параметров модели использовались определенные по данным экспериментов значения эрозии поверхности катода, скорости ионов и диаметра кратера, связывающие характеристики плазменных, электродинамических и тепловых процессов с гидродинамическими). Получено условие расплескивания жидкого металла, основанное на сравнении потенциальной и кинетической энергий образовавшегося по контуру кратера жидкометаллического вала. Оценены основные параметры ячейки катодного пятна: пороговый ток, время функ-

ционирования, расстояние, на которое расплескивается жидкий металл, а также скорость расплава.

В ЧЕТВЕРТОЙ ГЛАВЕ определен механизм образования микроструй, которые, согласно эктонной теории вакуумной дуги, играют ключевую роль в воспроизводстве условий для взрывной электронной эмиссии и, следовательно, самоподдержания вакуумного дугового разряда. Считается, что процесс формирования струй состоит из двух стадий. На начальной при выдавливании расплава давлением катодной плазмы из формирующегося кратера по его контуру образуется осесимметричный жидкометаллический вал (для описания этого процесса использовались данные расчетов И.В. Уйманова). На следующей стадии образовавшийся вал распадается на струи за счет развития азимутальных неустойчивостей. Этот процесс является существенно трехмерным; он анализировался с помощью дисперсионных соотношений для поверхностных волн. Установлено, что в широком диапазоне токов ячейки катодного пятна (1.6 – 7 А) и ее радиусов (0.4 – 1.5 мкм) образование струй происходит благодаря развитию имеющей капиллярную природу неустойчивости Релея-Плато, для которой получены меньшие времена развития и, соответственно, большие инкременты в сравнении с неустойчивостью Релея-Тейлора.

В ЗАКЛЮЧЕНИИ диссертационной работы сформулированы основные полученные результаты.

Работа выполнена в Лаборатории нелинейной динамики Института электрофизики УрО РАН. Данная работа осуществлялась при поддержке РФФИ (проект 18-38-00313-мол_а, руководитель Гашков М.А., а также проекты 17-08-00430, 16-08-00228, 16-08-00277, 14-08-31194, 14-08-00235, 13-08-96010) и Фонда Бортника (договор 12015ГУ/2017).

Глава 1. Обзор литературы

1.1 Экспериментальные работы по вакуумному дуговому разряду

Широко известно, что исключительное значение для понимания механизма вакуумной дуги имеют процессы, происходящие в узкой прикатодной области [1]. Эту область принято называть катодным пятном. Как видно, в частности, по хронограммам свечения (см. рисунок 1.1), представленным в работе Б. Ютнера [31], пятна перемещаются по поверхности катода. После горения вакуумной дуги на катоде остается след в виде микрократеров. Конкретный вид наблюдаемой картины зависит от таких факторов, как сила тока, чистота поверхности, величина внешнего магнитного поля. В литературе имеется множество фотографий поверхности катода (см., например, [3, 32–35]).

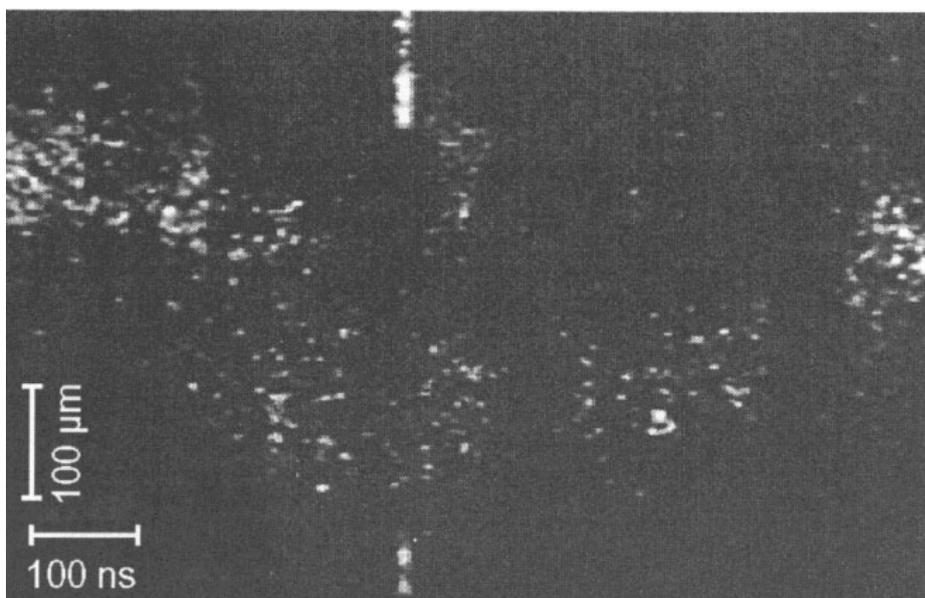


Рисунок 1.1: Хронограмма свечения вакуумной дуги при 90 А из работы [31]. Вертикальные полосы — это временные метки при 34 μs .

На движение катодного пятна и, следовательно, на вид микрократеров существенно влияет внешнее магнитное поле. Известно, что пятна движутся в направлении, противоположном предсказываемому законом Ампера [36–38] (см. рисунок 1.2).

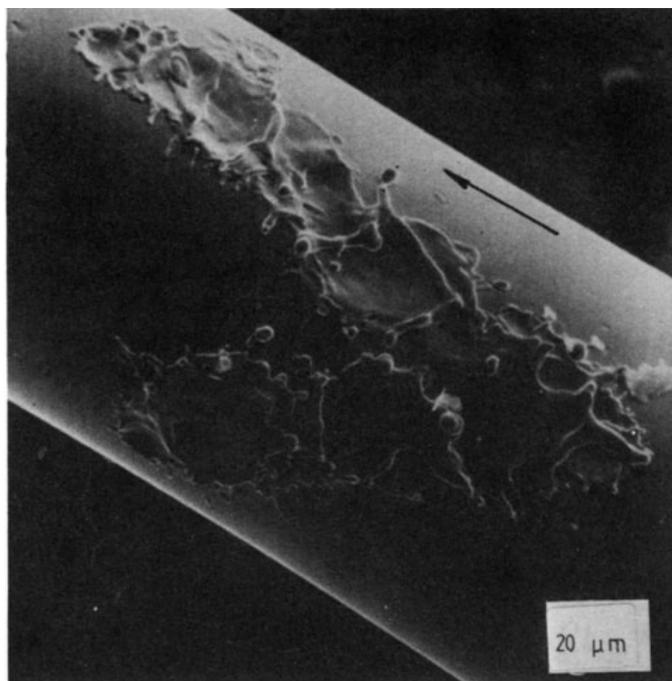


Рисунок 1.2: Фотография поверхности катода из работы [32]. Ток дуги 45 А, стрелкой показано направление движение катодного пятна.

В случае, когда внешнее магнитное поле отсутствует, микрократеры появляются и исчезают на поверхности катода хаотично, частично перекрываясь или располагаясь на расстоянии друг от друга [3, 39].

В зависимости от характера движения катодных пятен, их принято делить на два типа [3, 39, 40]. Тип пятен зависит от состояния поверхности катода: если она не была специально очищена перед зажиганием вакуумной дуги и покрыта оксидной пленкой или другими загрязнениями, то катодные пятна являются пятнами первого рода (см. рисунок 1.3а). Для них характерна незначительная эрозия поверхности катода ($\leq 10^{-6}$ г/Кл) и большая скорость перемещения по поверхности; они существуют независимо друг от друга. При достаточно продолжительном протекании тока (согласно [3], ~ 50 – 500 мкс при токе 70–100 А) появляются пятна второго типа, которые существуют только на очищенной и дегазированной поверхности (см. рисунок 1.3б). Они характеризуются значительно более высокой эрозией ($\sim 10^{-4}$ г/Кл), низкой скоростью перемещения. Важной особенностью пятен второго типа является то, что они состоят из нескольких активно эмиттирующих участков, которые в [1]

были названы ячейками катодного пятна. Через отдельную ячейку, согласно [1], протекает ограниченный ток, измеряемый единицами ампер. При функционировании дуги одни ячейки отмирают, образуются новые. При этом катодное пятно, состоящее из отдельных ячеек, будет перемещаться по поверхности катода.

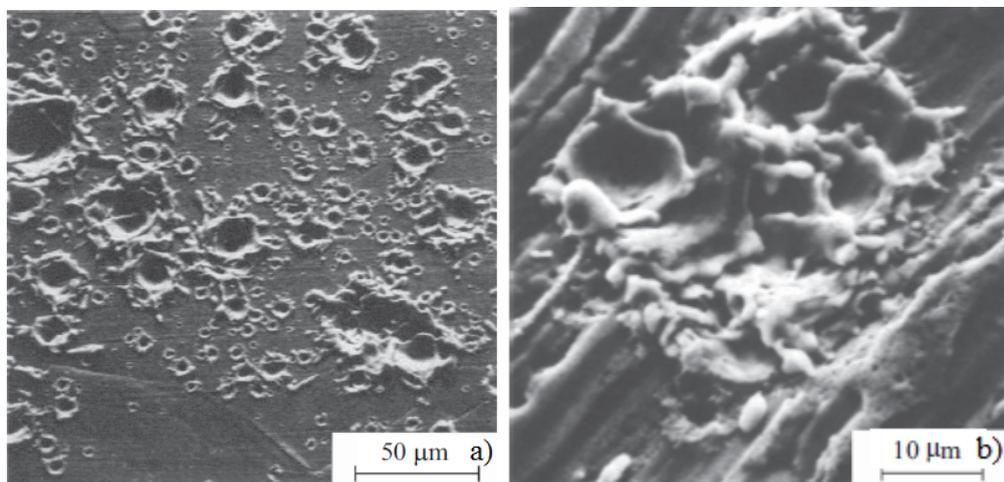


Рисунок 1.3: а) Фотография кратеров катодных пятен первого типа из работы [40]. Кадмиевый катод, ток дуги 10 А. б) Фотография кратеров катодных пятен второго типа из работы [40]. Медный катод, ток дуги 100 А.

В связи с этим возникает закономерный вопрос: с какой периодичностью отмирают и появляются новые ячейки катодного пятна? Иными словами, каково время, в течение которого функционирует отдельно взятая ячейка. Поскольку *in situ* наблюдать функционирование ячеек катодного пятна затруднительно, приходится опираться на косвенные измерения. Еще более полувека назад исследователи (см. [1] и ссылки там) сталкивались с нестационарными, колебательными процессами при осциллографировании напряжения дуги. Они отличались друг от друга амплитудой, диапазоном частот и локализацией вызывающей их причины. Связь колебательных процессов с рельефом катода проявляется уже в том, что их форма зависит от физических свойств металла катодов и состояния его поверхности.

В более поздней работе [32] удалось достичь существенного прогресса в понимании наблюдаемых циклических процессов. В частности, для вольфрама установлено время жизни единичной ячейки катодного пятна: 25–50 нс. Это было сделано двумя способами. Первый способ подразумевал зажигание разряда, в котором одновременно существует минимальное число (1–2) ячеек катодного пятна. Для этого ток, протекающий через дугу, был уменьшен до минимального (порогового) значения, при котором возможно горение вакуумной дуги (при меньших значениях тока дуга гасла). Поскольку время разряда было ограничено, то,

посчитав количество микрократеров с использованием метода автографов (катодное пятно “разворачивалось” магнитным полем), удалось найти время функционирования единичной ячейки. Кроме того, анализ полученных в этих экспериментах осциллограмм напряжения дуги продемонстрировал корреляцию числа образованных кратеров и числа флуктуаций.

Второй использовавшийся в [32] способ применим для измерения времени жизни единичного кратера при одновременном сосуществовании нескольких ячеек катодного пятна. Токи в таких экспериментах несколько превышали пороговое значение (> 10 А). Поскольку время жизни ячейки и доля протекающего через нее тока могут существенно влиять на размер кратера, были отобраны автографы, где, во-первых, можно было различить от одного до трех кратеров вдоль траектории движения пятна — автографа, во-вторых, в поперечном сечении кратеры должны были иметь приблизительно одинаковые размеры. В таком случае можно считать время жизни единичного кратера, а также пропускаемый через него ток примерно одинаковыми для каждой ячейки. Пример проанализированной поверхности катода приведен на рисунке 1.4. Обработав результаты экспериментов, авторам удалось построить зависимость диаметра кратера от тока. Зная зависимость скорости движения пятна от тока, возможно оценить время жизни ячейки катодного пятна. Стоит добавить, что более подробно данные оценки также приведены в диссертации А.М. Мурзакаева [41].

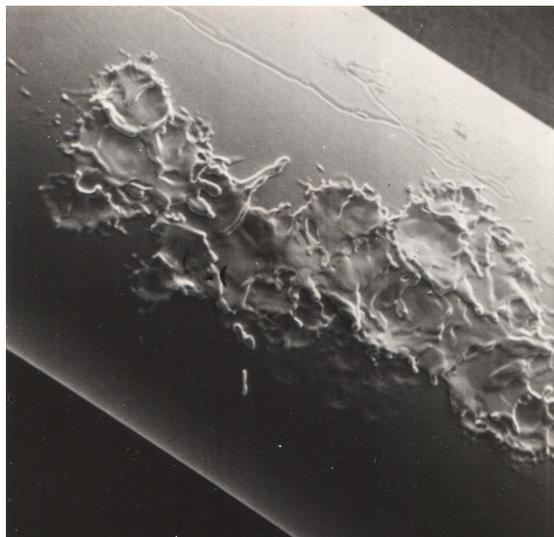


Рисунок 1.4: Автографы катодного пятна из [41], использованные для оценок времени жизни единичного кратера.

Дальнейшие исследования циклических процессов вакуумного дугового разряда на титановом катоде были проведены Б. Ютнером в цикле работ [31, 42, 43]. Им с помощью высокоскоростной стрик-камеры с большим увеличением проводились оптические наблюде-

ния катодного пятна вакуумной дуги. Были обнаружены флуктуации светимости пятна с четырьмя различными периодами. По данным последней работы [43] из цикла, эти периоды соответственно равны 19 нс, 180 нс, 2 мкс, 16 мкс. Наименьший из них — 19 нс — вероятно связан с временем жизни единичного кратера.

Также вопрос цикличности был исследован в работе [44]. Для медного катода для температуры 300 К приведена типичная форма осциллограммы (см. рисунок 1.5). Как видно, она представляет из себя низковольтные колебания напряжения около среднего значения в 20 В. С помощью быстрого преобразования Фурье для каждой полученной осциллограммы были получены спектры частот колебания напряжения для медного и вольфрамового катодов при температуре 300 К и температуре, примерно равной половине точки плавления (900 К и 1800 К, соответственно). Для всех полученных спектров имеются особенности при некоторых частотах. Так, для медного катода такими особыми точками являются частоты 39.5 МГц и 57 МГц, что соответствует временам цикла в 25 нс и 17 нс; для вольфрамового — 26.3 МГц и 48.3 МГц, соответствующие периодам 38 нс и 21 нс. Как видно, эти значения лежат близко к временам функционирования единичной ячейки, измеренным в работах А.М. Мурзакаева и В.Ф. Пучкарева [32] и Б. Ютгнера [43].

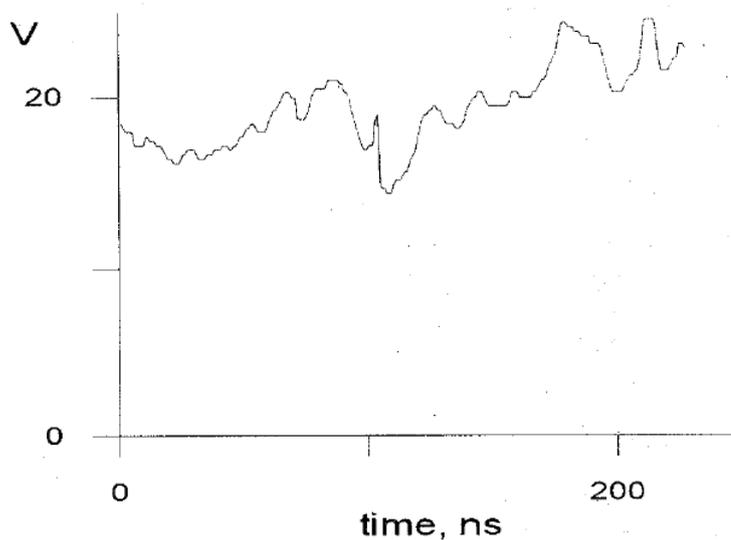


Рисунок 1.5: Типичная форма осциллограммы для дугового разряда на вольфрамовом катоде из [44]. Ток дуги 4 А, температура катода 300 К.

В классической работе [45] было обнаружено, что при горении вакуумной дуги на катод действует сила отдачи. Ее причиной является испарение материала катода. Скорость струи пара для медного катода в [45] была измерена двумя способами. Первый заключается в измерении силы, действующей со стороны пара на катод, и темпа испарения материала катода.

Металл	I_0 , А	U_K , В	T_{boil} , К	λ_{temp} , кал/(см·с·°С)
Cu	1.6	16.0	3150	0.95
Ag	1.2	13.0	2436	1.0
Au	1.4	15.0	3120	0.74
Be	0.9	17.0	2744	0.38
Cd	0.19	11.0	1043	0.23
Al	1.0	15.5	2621	0.50
W	1.6	–	5645	0.40
Mo	1.5	–	5100	0.35
Ni	6.0	18.0	2415	0.20

Таблица 1.1: Значения минимальных уровней катодного падения потенциала U_K и порогового тока дугового разряда I_0 , а также температуры кипения T_K и теплопроводности λ_{temp} для некоторых металлов катода из работы [1].

Второй состоит в определении силы, действующей на подвешенную перед катодным пятном лопасть, и темпа конденсации пара на ней. В результате было обнаружено, что силы и скорости, определенные разными способами, численно равны между собой. Для силы отдачи получено значение $20 \cdot 10^{-5}$ Н/А, а для скорости движения пара — $1.6 \cdot 10^4$ м/с.

Эта работа не осталась незамеченной современниками и в том же году вышла работа И. Кобеля [46]. Им на ртутном катоде была измерена скорость струи паров с катода, а также количество образующегося пара на единицу протекающего заряда. Для него получено значение $1.7 \cdot 10^{-5}$ г/(А·с), тогда как значения скорости лежат в диапазоне $(1.6\text{--}4.3) \cdot 10^4$ м/с, что достаточно близко к значениям из работы Р. Танберга [45]. Такое совпадение было неожиданным, поскольку использовавшиеся материалы катода и методики измерения скорости различны. Это породило серьезную научную дискуссию, поскольку в то время считалось, что такие струи являются нейтральными атомами [2].

Другой значимой особенностью вакуумного дугового разряда, уже упоминавшаяся ранее, является наличие порогового тока: дуговой разряд зажигается только при токах, превышающих некоторое значение I_0 . Систематически измерения I_0 были произведены в экспериментах И.Г. Кесаева [1]. В дуге с размыкающимися контактами им были определены значения I_0 в паре с катодным падением потенциала U_K — наименьшим значением напряжения в катодной области дуги — для широкого спектра материалов катода. Сводка полученных данных по I_0 и U_K представлена в таблице 1.1.

Из таблицы 1.1 видно, что пороговые токи для разных металлов имеют порядок единиц ампер. Кроме того, в таблице 1.1 приведены температуры кипения T_{boil} и коэффициенты теп-

лопроводности λ_{temp} металлов. И.Г. Кесаевым [1] была эмпирически обнаружена зависимость порогового тока от комбинации температуры кипения и теплопроводности для большинства металлов в виде:

$$I_0 = 0.52 \cdot 10^{-3} T_{\text{boil}} \lambda_{\text{temp}}^{1/2}.$$

На основании этой зависимости можно сделать вывод о термическом характере природы порогового тока [2]: I_0 представляет собой минимальное значение тока, при котором разряд способен обеспечить генерацию необходимой среды посредством термического испарения катода. Однако, как в дальнейшем было показано Г.А. Месяцем [2], генерация среды происходит не за счет испарения катода, а за счет появления и последующего электрического взрыва новых жидкометаллических острий на поверхности катода.

Тщательное исследование размеров образующихся микрократеров на поверхности катода было проведено в [47] Дж. Даалдером. Были проведены эксперименты на медном катоде для 11 значений силы тока, лежащих в широком диапазоне от 4.7 А до 230 А. Всего были проанализированы размеры около 3000 единичных кратеров. Оказалось, что для каждого значения силы тока распределение диаметров кратера имеет логнормальный вид. Полученная зависимость приведена на рисунке 1.6. Видно, что чем больше пропускаемый через разряд ток, тем распределение размеров более пологое. Также в [47] найдена зависимость наиболее вероятного диаметра кратера от силы тока (рисунок 1.7). Для больших токов зависимость близка к линейной (диаметр прямо пропорционален величине тока), тогда как для малых диаметров кратера остается приблизительно постоянным и равным ≈ 4 мкм.

Трехмерный анализ структуры единичного кратера, представленный в [40, 48], произведен фотографированием поверхности катода с помощью сканирующего электронного микроскопа под небольшими углами ($+7^\circ$ и -7°) к произвольной оси. Совмещая их вместе в стереомикроскопе, была получена трехмерная картина поверхности катода. В качестве примера на рисунке 1.8b продемонстрирован кратер, полученный на кадмиевом катоде при токе дуги в 2 А. По карте рельефа (рисунок 1.8a), а также разрезу вдоль линии BE (рисунок 1.8c) видно, что кратер имеет форму воронки. Это свидетельствует в пользу того, что выброс из кратеров расплавленного материала происходит перпендикулярно поверхности струеподобным образом; подобные структуры формируются довольно часто (рисунок 1.9).

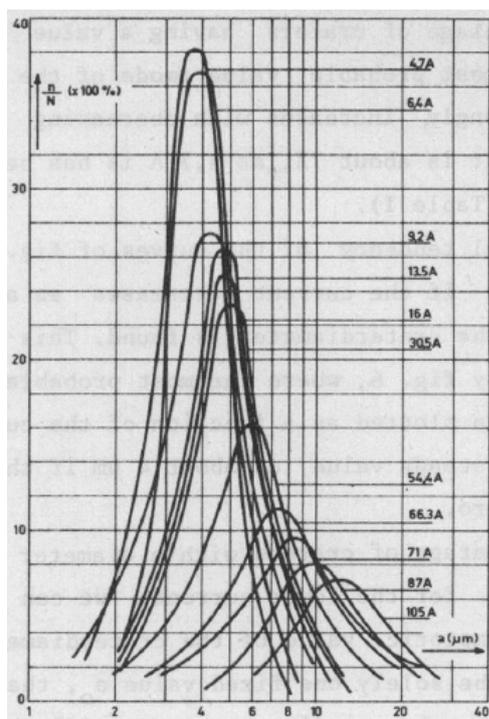


Рисунок 1.6: Распределение диаметров кратеров на медном катоде как функция тока разряда из [47].

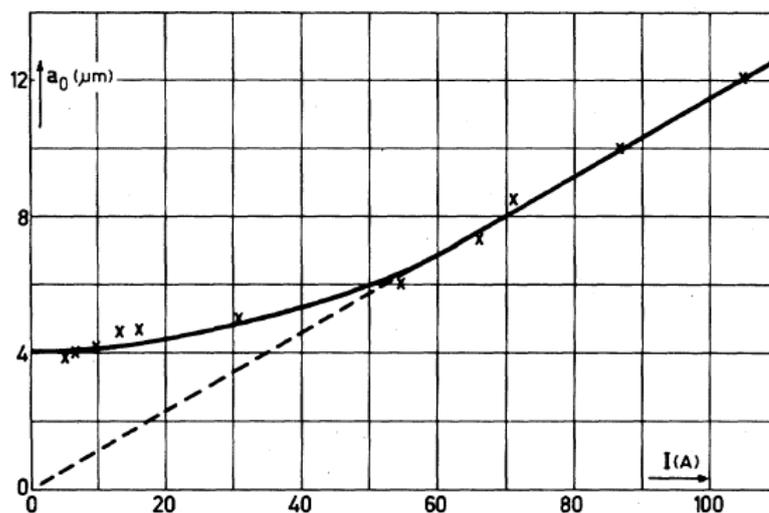


Рисунок 1.7: Зависимость наиболее вероятного диаметра от силы тока, полученная в [47].

В дополнении к полученной в [47] зависимости размеров кратеров для медного катода от тока, аналогичные зависимости были найдены [48] для кадмиевого и вольфрамового катодов. Из микрофотографий, сделанных посредством сканирующего электронного микроскопа, было построено распределение количества кратеров в зависимости от их размера. Использовался наиболее простой способ оценки размеров: за характерный масштаб был принят радиус кольца, образующегося вокруг кратеров (см. рисунок 1.9). Результаты представлены на рисунке 1.10. Как видно, для кадмиевого катода размеры микрократеров, появившихся при

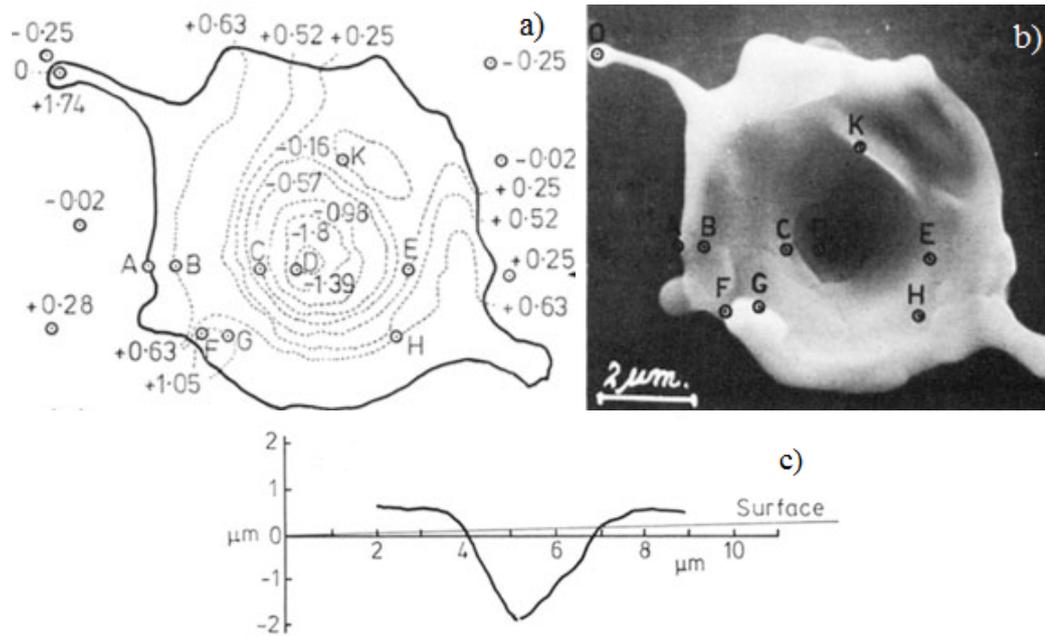


Рисунок 1.8: а). Карта рельефа, полученная при трехмерном анализе структуры кратера на кадмии в работе [48]. б). Пара стерео фотографий (под наклоном в $+7^\circ$ и -7°), полученных в результате трехмерного анализа кратера на кадмии. в). Поперечное сечение кратера вдоль линии ABCDE.

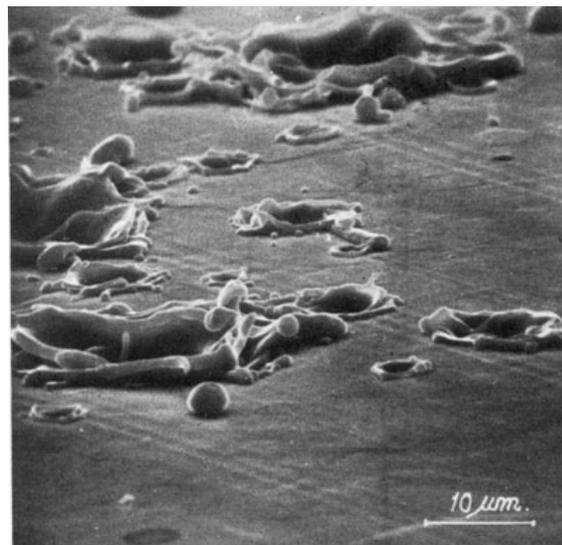


Рисунок 1.9: Вид сбоку на кратер под углом 70° .

токе в 100 А, примерно совпадают с размерами кратеров, образовавшихся при токе в 10 А (максимальный ток, протекающий через отдельный кратер, для кадмиевого катода оценивается как 10 А). Это является демонстрацией того факта, что дуга в 100 А состоит в среднем из 10 пятен. Похожий эффект наблюдался для медного катода, способного пропускать ток до примерно 75 А на катодное пятно. График на рисунке 1.10 можно перестроить в терминах среднего диаметра кратера, построенного для медного и кадмиевого катодов (рисунок 1.11). Эти значения гораздо удобнее использовать для построения теоретических моделей.

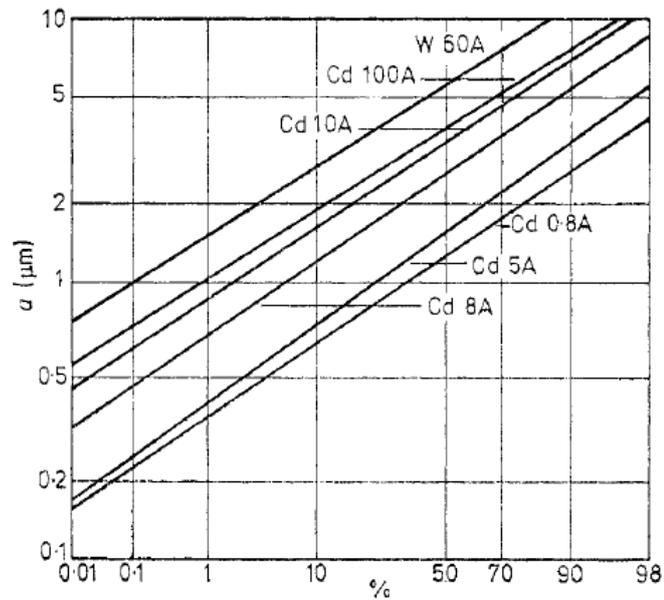


Рисунок 1.10: Распределение вероятностей образования кратеров с диаметром, меньше данного, на кадмиевом и вольфрамовом катодах (из [48]).

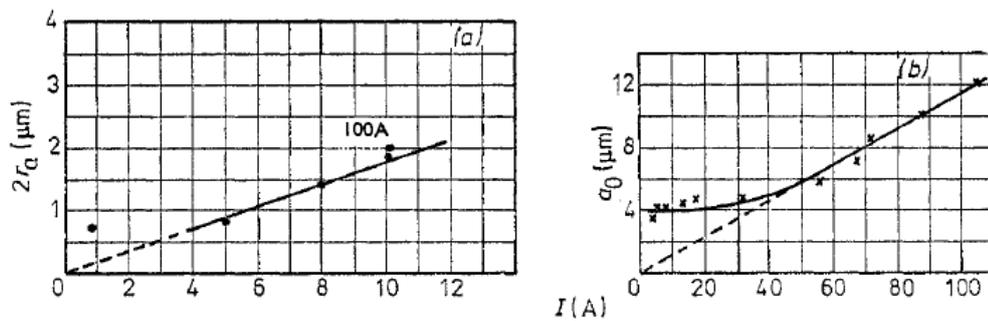


Рисунок 1.11: Средний диаметр кратера как функция тока дуги для кадмиевого (а) и вольфрамового (б) катодов (согласно [48]).

При функционировании вакуумного дугового разряда наблюдается эрозия — унос части материала катода. Знание конкретных качественных и количественных характеристик эрозии важно для понимания процессов, происходящих в катодном пятне. Унос массы с катода может осуществляться как заряженными частицами — ионами, так и каплями (результаты исследований представлены, например, в работах [10, 49]). В [50] К. Кимблином для вакуумных дуг, горящих при 100 А для 10 материалов электродов установлено, что величина полного ионного тока может быть оценена как 8% полного тока дуги.

Ионная эрозия исследовалась также Дж. Даалдером в [51] на медном катоде для интервала токов 33–200 А. В каждом эксперименте потеря массы катода примерно в 10 мг достигалась выбором необходимого числа последовательных дуговых разрядов при фиксированном токе и времени разряда. Согласно [47], для медного катода на катодное пятно

приходится до 75–100 А, что означает, что в рассматриваемых экспериментах одновременно существовали от 1 до 3 катодных пятен. Исследование [51] проводилось в различных условиях: варьировались не только пропускаемые токи, но и диаметры катодов (использовалось 2 катода — диаметрами 10 мм и 25 мм). Полученные результаты приведены на рисунке 1.12. Важно, что для различных условий зависимости удельного уноса массы от количества протекшего заряда стремятся к некоей универсальной величине, которая называется удельной ионной эрозией.

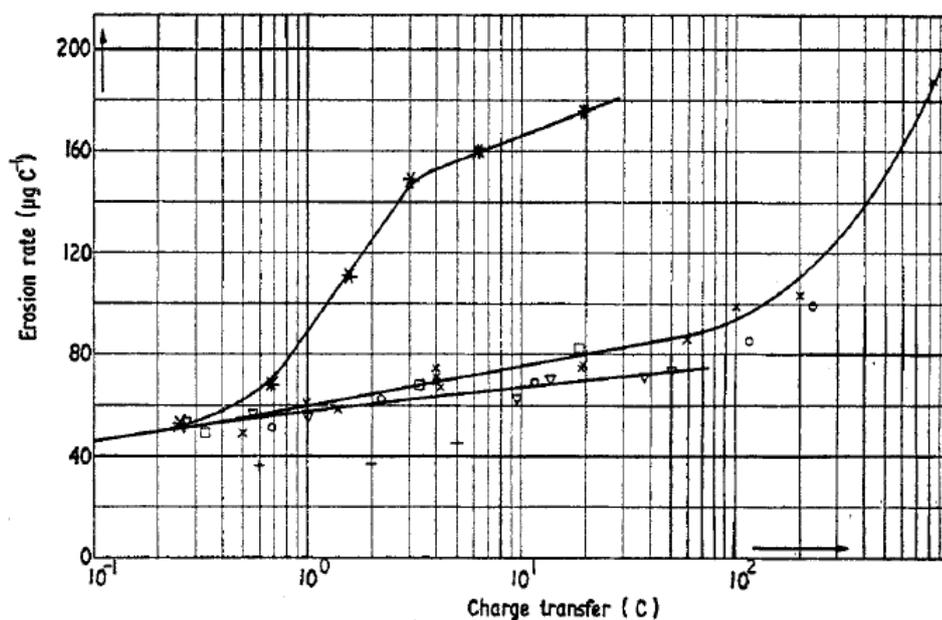


Рисунок 1.12: Степень эрозии меди как функция переноса заряда в дуге для нескольких размеров катодов и диапазона токов ([51]).

В другой работе [52] для кадмиевого, медного и молибденового катодов был проанализирован состав унесенного вещества, а также его угловое распределение. Обнаружено, что присутствует два преобладающих потока: один — состоящий из ионов, другой — из расплавленных капель с размерами в единицы — десятки микрометров. Конструкция установки позволяла измерять направление движения этих потоков: в вакуумной камере, где горела дуга, были установлены мишени, поверхность которых изучалась с помощью сканирующего электронного микроскопа. Как видно из рисунка 1.13, в целом осажденные частицы имеют круглую форму. Наиболее крупные имеют плоскую среднюю часть, окруженную более высоким кольцом, в то время как частицы с размерами порядка микрометров и меньше имеют полусферическую форму. В [52] удалось экспериментально оценить множество величин: например, объем осажденных частиц, их распределение по диаметрам. На рисунке 1.14

показано угловое распределение частиц для медного и кадмиевого катодов. Видно, что практически вся масса, уносимая с электрода в виде капель, выбрасывается в узкую область углов в 20° – 30° к поверхности.

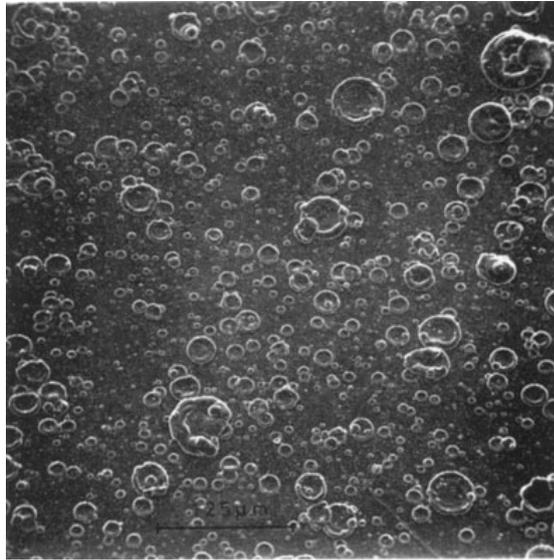


Рисунок 1.13: Фотографии частиц из работы [52], произведенных дуговым разрядом на медном катоде и осажденных на нержавеющей стали.

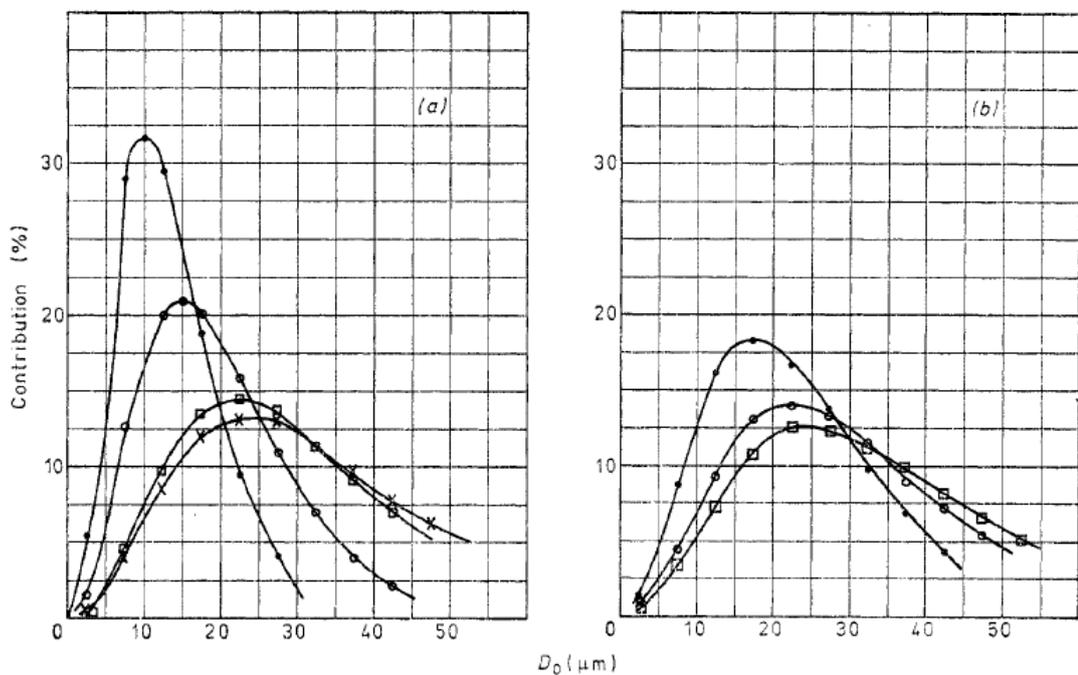


Рисунок 1.14: Угловые распределения массы частиц в вакуумной дуге для перенесенных зарядов: (а) медный катод; (б) кадмиевый катод. По данным работы [51].

Другие характеристики ионов и ионных потоков исследовались в недавних работах [53, 54]. В первой из них для сильноточной вакуумной дуги изучались зарядовое распределение в сильном магнитном поле для ряда металлов катода. Установлено, что при увеличении вели-

чин тока и магнитного поля увеличивается доля более высоких зарядовых состояний. В [54] были измерены скорости ионов большинства проводящих элементов периодической таблицы в плазме вакуумного дугового разряда. Найдена связь между средним зарядом ионов из предыдущей работы [53] и соответствующей данному элементу скоростью. Оказалось, что значения скоростей для ионов по порядку величины составляют $\sim 10^4$ м/с.

В работе Дж. Макклюра [55] было оценено среднее давление, действующее в области катодного пятна, P , связанное с наличием потока ионов с катода. Оно определялось через измеренные величины плотности тока в катодном пятне J и силы отдачи на единицу протекающего тока F как $P = F/J$. Оказалось, что величина давления достаточно велика для удаления расплавленного металла из кратера катодного пятна за времена порядка 25–250 нс со скоростями $2 \cdot 10^3$ – $2 \cdot 10^4$ см/с. Скорость жидкого металла U_s оценивалась через давление P и плотность среды ρ с помощью формулы Бернулли, которая будет использована нами в дальнейшем:

$$U_s = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}. \quad (1.1)$$

Другой продукт горения вакуумного дугового разряда — жидкометаллические капли — исследовались не менее тщательно. Классической работой по этой теме является статья [56]. В ней авторы исследовали продукты функционирования дуги на золотом, палладиевом и магниевом катодах в диапазоне токов 2–6 А, то есть при токах, близких к пороговым. Были исследованы распределения этих частиц по размерам, по уносимому ими объему и по скоростям. Оказалось, что скорости частиц существенно зависят от материала катода и для разных металлов кардинально отличаются (см. рисунок 1.15). Материал катода существенно влияет и на долю массы, переносимой парами и каплями. Из рисунка 1.15 видно, например, что для магния значительная доля массы (более 80%) уносится в виде капель, тогда как для палладия ситуация в корне иная: более 80% уносится в виде пара.

Как видно, имеется довольно обширный перечень экспериментальных работ по вакуумному дуговому разряду. Тем не менее, то обстоятельство, что характерные размеры и времена жизни ячеек катодного пятна весьма малы (микрометры и наносекунды соответственно), затрудняет наблюдение *in situ* процессов в катодном пятне. Это приводит к тому, что экспериментальные исследования катодного пятна [39] не дают однозначного понимания механизмов самоподдержания вакуумного дугового разряда, что определяет необходимость

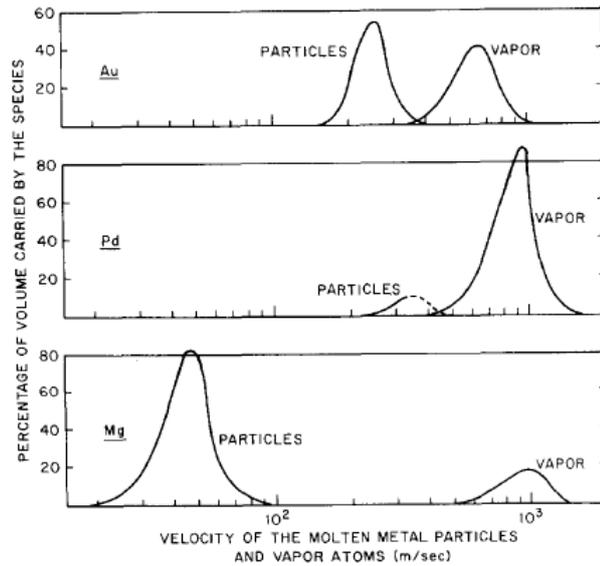


Рисунок 1.15: Распределение скоростей металлических капель и паров в вакуумной дуге согласно данным работы [56].

построения теоретических моделей, призванных дать адекватное описание совокупности явлений в вакуумной дуге и, в частности, предложить механизм ее функционирования.

1.2 Гидродинамические работы по столкновению капли с поверхностью

Столкновение капли с поверхностью — повсеместно встречающийся процесс, который характеризуется обилием и сложностью происходящих явлений. Эта проблема интенсивно исследовалась более ста лет, что обусловлено ее огромной практической значимостью во множестве приложений, где присутствует вещество в жидком состоянии, оно так или иначе взаимодействует с поверхностью, в частности, сталкиваясь с ней с образованием вторичных капель и струй. Основной целью исследований являлась классификация различных режимов движения жидкости, выявление основных механизмов и сценариев расплескивания жидкости. Понимание происходящих физических процессов позволит управлять процессами образования вторичных капель и струй или, в некоторых случаях, подавлять их образование.

Данный раздел содержит краткий обзор работ, в которых исследовалось падение капель на поверхность. Поскольку происходящие при этом процессы имеют пространственно-временные масштабы порядка миллиметров и миллисекунд, для фиксации процессов ос-

новным инструментом являются видео- и фотокамеры. Признанным классиком фотографии этих явлений является А. Вортингтон [57]. Им были сделаны первые снимки струй, образующихся при расплескивании жидкости (см. рисунок 1.16). Они были опубликованы в классическом труде [58] в 1908 году. В дальнейшем Г. Эдгертоном [59] была предложена стробоскопическая система, позволявшая делать 3000 фотографий в секунду, что обеспечило прогресс в исследованиях столкновения капель жидкости в поверхность.

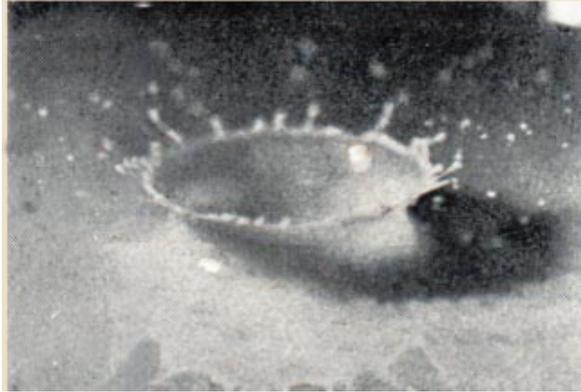


Рисунок 1.16: Одна из первых фотографий расплескивания жидкости, сделанная А. Вортингтоном [58]. Фотография взята из [60].

Одной из ключевых работ, посвященных систематическому изучению явления расплескивания жидкости, стала работа К. Стоу и М. Хэдфилда [61]. В ней был исследован процесс столкновения капель заданного радиуса R со скоростью U с сухой металлической поверхностью известной шероховатости R_a . Установлено, что в терминах радиуса падающей капли R и ее скорости U на параметрической плоскости можно определить границу, разделяющую эксперименты, в которых происходит расплескивание, то есть образование вторичных капель и струй, и эксперименты, в которых жидкость просто растекается по поверхности. Согласно [61], с высокой степенью достоверности для падения на поверхность шероховатости $R_a = 0.84$ мкм условие расплескивания записывается в виде:

$$R \cdot U^{1.69} \geq S_T(R_a). \quad (1.2)$$

Здесь S_T — некая постоянная для данной шероховатости величина. Если это неравенство выполняется, при столкновении капель жидкости с поверхностью образуются вторичные капли и струи; в ином случае, жидкость просто растекается. Результаты эксперимента фиксировались с помощью фотографирования (со вспышкой) процесса падения капель на по-

верхность. Капли для столкновения формировались двумя способами: либо посредством пипетки, сделанной из нержавеющей стали (в этом случае радиус капель лежал в диапазоне $1.1 \text{ мм} < R < 2.2 \text{ мм}$), либо методом Рейла-Халлетта [62], согласно которому они выдувались из тонкой иглы импульсом струи воздуха ($0.5 \text{ мм} < R < 1.1 \text{ мм}$). Вариация скорости столкновения капли производилась путем движения мишени. Такой подход позволил, во-первых, избежать неточности в определении точки столкновения капли с поверхностью, во-вторых, исследовать столкновения капель, движущихся со скоростями выше максимальных, развиваемых каплями в атмосфере.

Выражение (1.2) можно переписать в терминах безразмерных чисел Вебера и Рейнольдса, определяемых как:

$$\text{We} = \rho U^2 D / \sigma, \quad \text{Re} = \rho U D / \eta, \quad (1.3)$$

где η — динамическая вязкость жидкости, $D = 2R$ — диаметр капли, ρ — плотность жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения. Числа (1.3) обычно используются для анализа движения жидкости в гидродинамике. Выражение (1.2) примет вид:

$$\text{Re}^{0.31} \cdot \text{We}^{0.69} \geq \xi, \quad (1.4)$$

где введенный параметр ξ зависит только от шероховатости поверхности: $\xi = \xi(R_a)$. Запись выражения в виде (1.4) имеет огромное преимущество по сравнению с (1.2), поскольку позволяет анализировать движение различных жидкостей, учитывая различия их физических свойств — плотности, вязкости, поверхностного натяжения. Это выражение в общем виде выглядит так:

$$K = \text{We}^\alpha \text{Re}^\beta \geq K_s, \quad (1.5)$$

где K — параметр расплескивания, а K_s — его пороговое значение. Как показали многочисленные исследования (см. недавние обзорные работы [8, 63]), условия расплескивания при столкновении капли с поверхностью представимы в виде (1.5). Для простоты будем называть такое выражение критерием расплескивания жидкости. В некоторых работах его правая часть K_s является функцией от состояния поверхности, с которой сталкивается капля. В случае сухой подложки она характеризуется шероховатостью (как продемонстрировано в [61]), а при наличии на поверхности тонкой пленки жидкости — ее толщиной.

Кроме уже введенных чисел Вебера We и Рейнольдса Re (1.3), характеризующих относительную роль инерции и поверхностного натяжения и, соответственно, инерции и вязкости, исследователями вводятся и другие безразмерные числа. В интересующих нас работах использовались числа Онезорге Oh и Фруда Fr :

$$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} = \frac{\eta}{\sqrt{\rho D}}, \quad Fr = \frac{U^2}{gD}. \quad (1.6)$$

Последнее характеризует отношение между силами инерции и тяжести; особенностью числа Онезорге Oh является то, что оно зависит лишь от свойств жидкости и размера капли, но не от ее скорости.

В работе [64] было проведено экспериментальное исследование падения капель на плоскую сухую поверхность вращающегося диска с использованием различных жидкостей — этилового спирта, воды и их смеси с сахарозой. Такой выбор сделал возможным исследование довольно широкого диапазона коэффициентов вязкости μ и поверхностного натяжения σ ($1.0 < \mu < 2.9$ мПа·с и $22 < \sigma < 72$ мН/м, соответственно). Одним из главных результатов являлось определение конкретного вида условия (1.5) для порога между регулярным режимом движения жидкости (то есть растеканием) и сингулярным (то есть расплескиванием). В итоге оно приняло вид:

$$K = Oh \cdot Re^{5/4} \geq K_s,$$

что в терминах чисел Вебера и Рейнольдса записывается как:

$$K = We^{1/2} \cdot Re^{1/4} \geq K_s. \quad (1.7)$$

Отметим, что для расчета чисел We и Re берется нормальная по отношению к поверхности компонента скорости капли. В то же время, тестовый диапазон включал в себя довольно широкий охват углов падения α_0 : $4^\circ < \alpha_0 < 65^\circ$. Критическое значение параметра K , при котором растекание сменяется расплескиванием, получилось равным $K_s = 57.7$. Исследовались две поверхности: гладкая, с низкой шероховатостью $R_a = 0.03$, и неровная, для которой $R_a = 0.86$. При расплескивании распределения вторичных капель по размерам для этих случаев отличаются.

В последующей работе [65] исследовалось столкновение одиночных капель с поверхностью шероховатости $R_a = 5 \cdot 10^{-5}$, покрытой тонкой пленкой жидкости. Пример наблюдаемых процессов представлен на рисунке 1.17. Удалось установить зависимость порога расплескивания от относительной толщины пленки $\delta = h/D$ (здесь h — толщина пленки жидкости на мишени, D — диаметр падающей капли). Авторами [65] критерий расплескивания жидкости был найден в терминах чисел We , Re и δ :

$$We^{0.8} Re^{0.4} \geq 2100 + 5880 \cdot \delta^{1.44}. \quad (1.8)$$

Отметим, что в работе [65] использовалось число Онезорге; исследовались следующие диапазоны чисел Вебера, Онезорге и относительной толщины: $200 < We < 1600$, $0.0022 < Oh < 0.141$, $0.08 < \delta < 1.2$ (этому диапазону соответствует $100 < Re < 18000$). Кроме этого, были получены данные по морфологии процесса расплескивания. В частности, эволюцию можно наблюдать на приведенном здесь рисунке 1.17: на первом этапе образуется жидкий вал, затем развивается неустойчивость кромки образовавшегося вала и начинают формироваться струи (формируется так называемая корона), на третьем этапе происходит распад струй и образование вторичных капель, и, наконец, корона разрушается. По фотографиям было посчитано количество струй: на рисунке 1.18 приведена соответствующая зависимость от числа Вебера и толщины пленки.

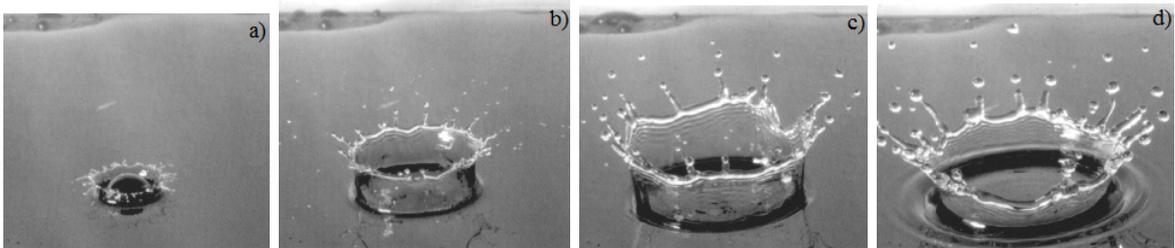


Рисунок 1.17: Различные стадии образования всплесков в различные моменты времени после момента столкновения капли с поверхностью. (a) $t=0.4$ мс. (b) $t=2.4$ мс. (c) $t=6.4$ мс. (d) $t=12.4$ мс. Параметры эксперимента: $\delta = 0.5$, $Oh = 0.0022$.

В еще одной работе [66] исследовалось столкновение капель разных жидкостей радиусом $R = 1.94 \pm 0.05$ мм с сухими поверхностями разных шероховатостей. Их разброс действительно широк: от шероховатостей, много меньших размера капли (как, например, у стекла и полированного алюминия — $R_a = 0.015$ мкм и $R_a = 0.147$ мкм, соответственно), до шероховатостей, заметно превышающего его: $R_a = 41.858$ мкм у специально обработанно-

го органического стекла. По результатам работы удалось обнаружить, что, во-первых, на наблюдаемые картины в значительной мере влияет характер шероховатости поверхности, во-вторых, критическое число Вебера, при котором наблюдаются всплески, практически не зависит от числа Онезорге в исследованном диапазоне значений: $0.002 < Oh < 0.018$. Этот результат можно интерпретировать как слабость влияния вязкости на порог расплескивания. С установлением конкретного вида выражения (1.5) в [66] дело обстоит сложнее: хотя неровность поверхности обычно принято характеризовать шероховатостью, она не дает полной информации о состоянии поверхности. Исследованные пластины из, например, органического стекла примерно одинаковой шероховатости могли иметь разные профили поверхности. Однако, как отмечается в [66], порог расплескивания для неровной поверхности алюминия и капель воды совпадает с полученным в [61] (1.4).

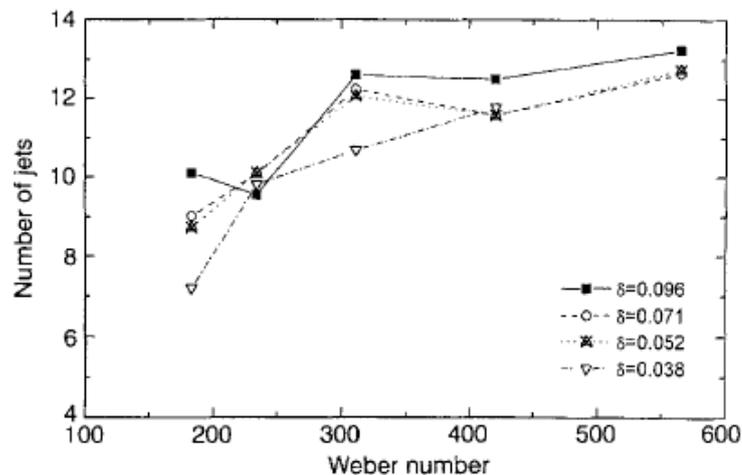


Рисунок 1.18: График зависимости количества струй от числа Вебера We для различных значений относительной толщины жидкости δ . Иллюстрация работы [65].

Столкновение капли со смоченной поверхностью (то есть покрытой тонким слоем жидкости) исследовалось в [67]. В работе получалась пленка жидкости, толщина которой была значительно меньше диаметра падающей капли — $0.05 < \delta < 0.1$ — и был исследован процесс столкновения капли с такой пленкой. В работе исследовался широкий диапазон чисел Вебера $381 < We < 3000$ при нескольких фиксированных значениях числа Онезорге $Oh = \{0.0175; 0.0384; 0.1030\}$. Этому соответствовал следующий диапазон числа Рейнольдса: $190 < Re < 3100$. Оказалось, что для тонких пленок критическое число Вебера не зависит от ее толщины, но варьируется при изменении числа Онезорге. Поскольку исследовались три

значения числа Онезорге, было определено три критических значения числа Вебера:

$$We_{cr} = 400 \quad (1.9)$$

для $Oh = 0.0175$,

$$We_{cr} = 450 \quad (1.10)$$

для $Oh = 0.0384$,

$$We_{cr} = 750 \quad (1.11)$$

для $Oh = 0.1030$. We_{cr} при $\delta < 0.1$ стремится к своему минимальному значению, зависящему как от вязкости жидкости, так и от свойств поверхности, которую покрывает пленка.

Что касается влияния вязкости на расплескивание, упомянем и ряд других результатов. В работе [68] исследовалось столкновение капель как с сухой, так и со смоченной поверхностями. В качестве подложки использовался либо алюминиевый диск шероховатостью меньше 10 нм, либо тонкий слой жидкости толщиной ≈ 0.02 см. Диаметр капли в 0.2 см был выбран из тех соображений, чтобы при свободном падении она успела принять шарообразную форму. Для охвата широкой области безразмерных чисел, $988 < Re < 13900$, $127 < We < 1420$, были исследованы 12 жидкостей. В результате получено два критерия расплескивания: для сухой

$$Oh \cdot Re^{1/2} = \sqrt{\frac{We}{Re}} \geq 0.35 \quad (1.12)$$

и для смоченной поверхностей

$$Oh \cdot Re = \sqrt{We} \geq 20. \quad (1.13)$$

Эти критерии были получены аппроксимацией кривых, разделяющих на параметрической плоскости Oh – Re эксперименты с различным поведением жидкости: растеканием и расплескиванием. Как можно заметить, для столкновения капли с тонкой пленкой критерий оказался независим от вязкости жидкости. Поскольку исследованные диапазоны δ и Oh в работах [68] и [67] близки друг к другу, то критерии расплескивания тоже должны быть близки. Согласно (1.13), $We_{cr} = 400$, что близко к значению (1.10) $We_{cr} = 450$ из [67]. Таким образом, поскольку данный результат был получен независимо в 2 исследованиях, его можно считать достаточно достоверным.

Более глубокое исследование столкновения единичной капли с поверхностью, покрытой тонкой пленкой жидкости, проведено в [69]. В ранее рассмотренных работах (например, [61, 65–67]) рассматривалось только два режима движения жидкости при столкновении капли с поверхностью: растекание и расплескивание. В то же время в работе [69] исследован еще один промежуточный режим: с образованием короны, но без образования вторичных капель (см. рисунок 1.19). Соответственно, были получены две границы: между растеканием и новым промежуточным режимом, а также им и расплескиванием. Результаты изображены на рисунке 1.20. Как видно, при малых значениях относительной толщины пленки ($\delta \leq 0.03$) эти границы практически совпадают. При ее увеличении $0.05 < \delta < 0.1$ порог расплескивания выходит на “полочку”:

$$We_{cr} \approx 480 \quad (1.14)$$

или

$$We^{4/5} Re^{2/5} \approx 2100 \quad (1.15)$$

при записи в виде (1.5). Для появления короны необходимы гораздо более низкие значения числа Вебера или его комбинации с числом Рейнольдса:

$$We_{cr} \approx 100, \quad We^{4/5} Re^{2/5} \approx 400.$$

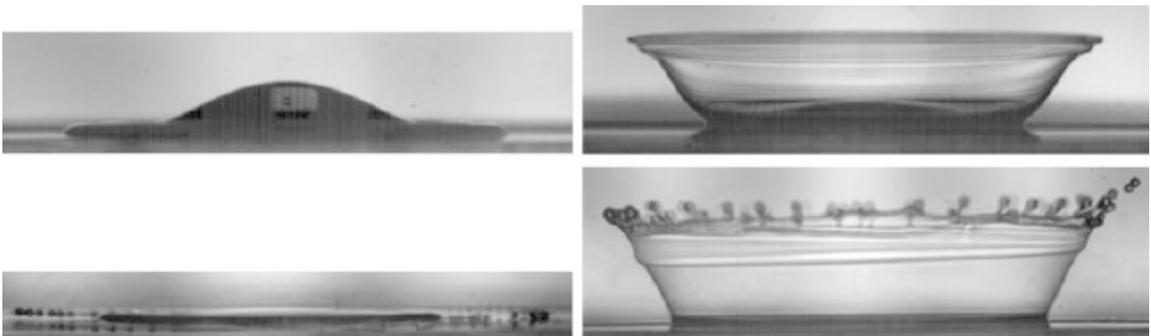


Рисунок 1.19: Результаты столкновения капли со смоченной поверхностью. Верхний левый: растекание без образования короны. Верхний правый: формирование короны без расплескивания. Нижние: расплескивания без (левый) и с (правый) образованием короны. Иллюстрация из работы [69].

В работах Ч. Баи [70, 71] выделяется еще больше режимов движения жидкости: кроме уже известных режимов растекания и расплескивания, рассматривается также отскок капли

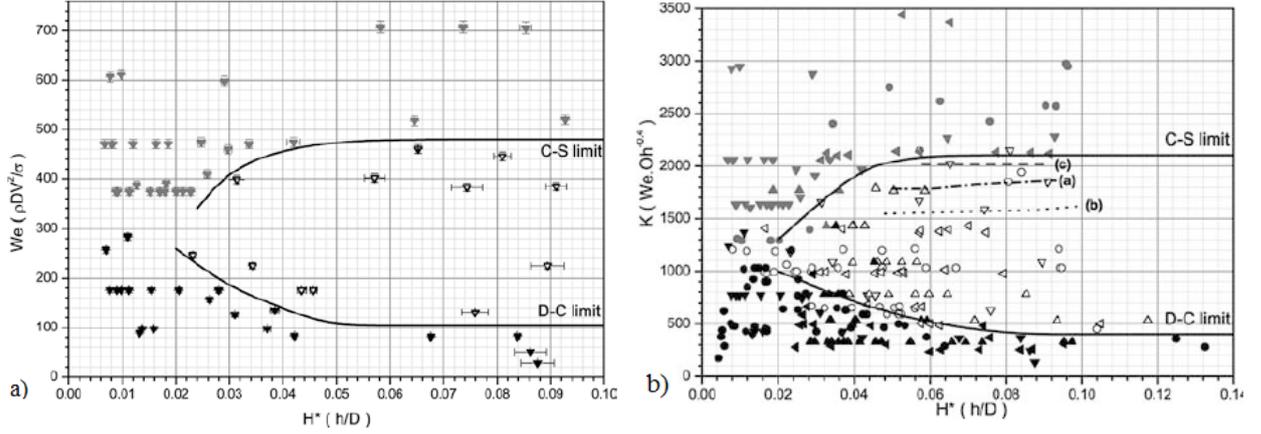


Рисунок 1.20: (а) Параметрическая плоскость We и $\delta = H^*$. Отложены границы между растеканием и образованием короны (D-C) и между образованием короны и расплескиванием (C-S), полученные в [69]. (б) Параметрическая плоскость в координатах $K = We \cdot Re^{-0.4}$ и $\delta = H^*$. Отложены границы между растеканием и образованием короны (D-C) и между образованием короны и расплескиванием (C-S), полученные в [69].

от поверхности и ее прилипание. Основываясь на классической статье [61], для столкновения капли с сухой поверхностью граница между регулярным (прилипанием или растеканием) и сингулярным (расплескиванием) режимами найдена граница:

$$We^{0.817} \cdot Re^{0.366} \geq 2630. \quad (1.16)$$

Для смоченной поверхности выделяются три границы: между прилипанием капли к поверхности и ее отскоком $We_{cr} \approx 2$, отскоком и растеканием $We_{cr} \approx 20$, и растеканием и расплескиванием:

$$We^{0.817} \cdot Re^{0.366} \geq 1320. \quad (1.17)$$

При получении этого критерия предполагалось, что смоченная поверхность ведет себя как сильно неровная сухая поверхность.

Кроме сухой и смоченной, исследовались поверхности, покрытые толстым слоем жидкости. Такими принято считать системы, для которых его относительная толщина $\delta \gg 1$. В работе [72] экспериментально исследовалось падение капель диаметром $D = 1.8-4$ мм на слой жидкости глубиной $h = 10$ мм и $h = 140$ мм. Граница между растеканием (рисунок 1.21) и расплескиванием (рисунок 1.22) была получена следующая:

$$We^{0.375} \cdot Re^{0.25} \geq 70. \quad (1.18)$$

Аналогично авторам [71], в [72] были получены границы между отскоком (рисунок 1.23) и растеканием:

$$\text{We}^{0.375} \cdot \text{Re}^{0.25} = 28,$$

и, вдобавок, между растеканием и образованием струй (рисунок 1.22):

$$\text{We}^{0.375} \cdot \text{Re}^{0.25} = 13.$$

Вместе с тем, было исследовано падение капли на тонкую пленку $0.3 < \delta < 1.1$. По экспериментальным данным были получены критерии расплескивания для воды:

$$\text{We}^{0.8} \cdot \text{Re}^{0.4} \geq 2074 + 870 \cdot \delta^{0.23} \quad (1.19)$$

и для жидкостей с вязкостью $\mu > 50$ мПа·с и $Oh > 0.01$:

$$\text{We}^{0.8} \cdot \text{Re}^{0.4} \geq 2164 + 7560 \cdot \delta^{1.78}.$$

Они были объединены в единый критерий:

$$\text{We}^{0.25} \cdot \text{Re}^{0.25} = 25 + 78 \cdot \delta^{1.44}. \quad (1.20)$$

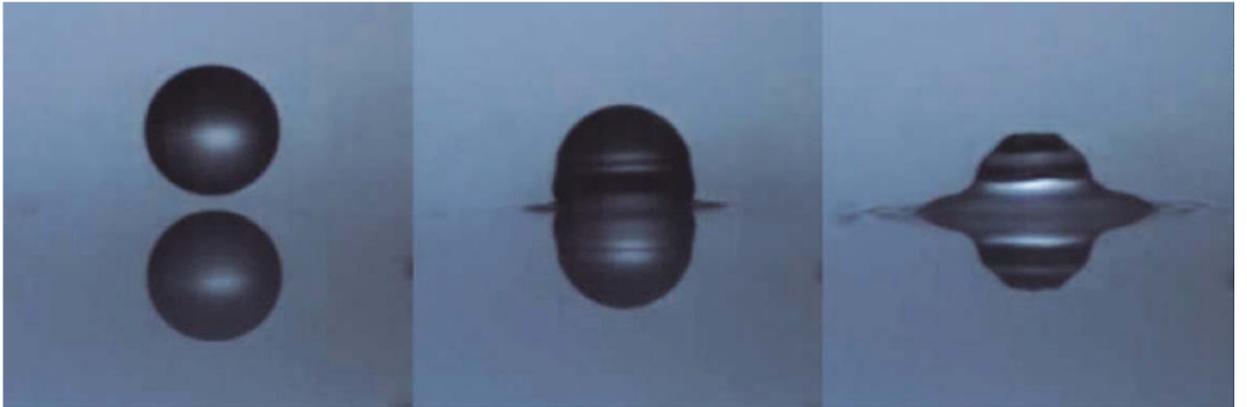


Рисунок 1.21: Пример растекания жидкости при столкновении капли с толстым слоем жидкости. Иллюстрация взята из [72]. Параметры эксперимента: вода, $D = 2$ мм, $\delta = 70$, $u = 34.1$ см/с.

Среди исследований по этой теме можно выделить работу [73]. В ней авторы исследовали условие расплескивания при последовательном падении капель на поверхность с заданной частотой f . При этом изначально сухая поверхность при падении капель становилась смо-



Рисунок 1.22: Пример расплескивания жидкости при столкновении капли с толстым слоем жидкости. Иллюстрация взята из [72]. Параметры эксперимента: вода, $D = 2$ мм, $\delta = 70$, $u = 338.0$ см/с.

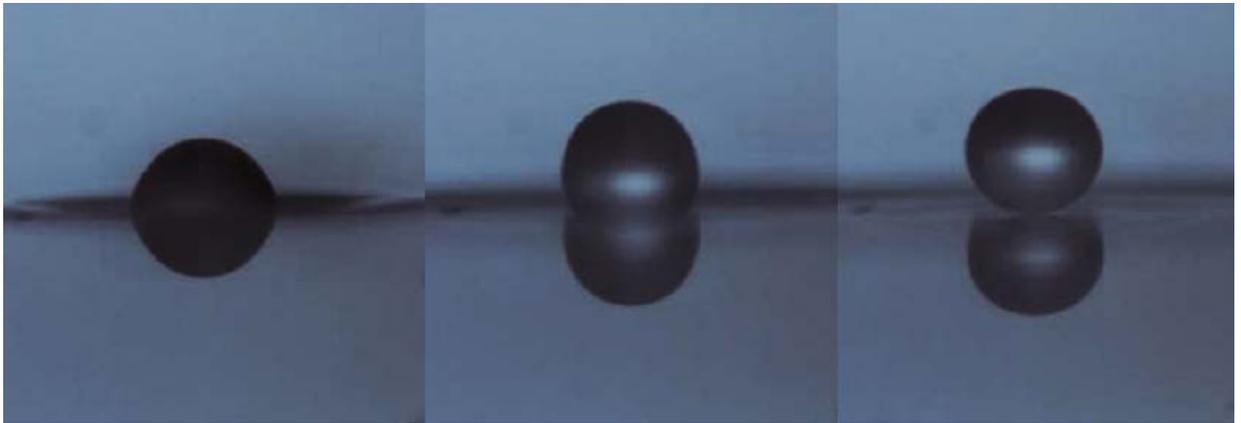


Рисунок 1.23: Пример отскока жидкости при столкновении капли с толстым слоем жидкости. Иллюстрация взята из [72]. Параметры эксперимента: вода, $D = 2$ мм, $\delta = 70$, $u = 26.4$ см/с.

ченной. Экспериментально было продемонстрировано, что существует универсальное критическое значение скорости столкновения капли U_{0s} , при котором наблюдаются всплески; оно зависит от параметров жидкости (таких как плотность, поверхностное натяжение, вязкость) и от частоты падения капель f . Поскольку введенные ранее числа Вебера и Рейнольдса (1.3), которых вполне хватало для анализа результатов других работ, не содержат в себе параметра f , в работе [73] было предложено использовать другие — капиллярное число Ca и безразмерную “длину вязкости” λ :

$$Ca = \rho U_0 \nu / \sigma, \quad \lambda_\nu = (\nu / f)^{1/2} \sigma / \rho \nu^2, \quad (1.21)$$

где $\nu = \eta / \rho$ — кинематическая вязкость. Экспериментальная установка позволяла получать капли диаметром от 70 до 340 мкм, двигавшиеся со скоростями вплоть до ≈ 30 м/с. Уда-

лось получить следующий критерий расплескивания для последовательного падения капель (см. также рисунок 1.24):

$$\text{Ca} \geq C\lambda_\nu^{-3/4}, \quad C \approx 16.9 - 18.1. \quad (1.22)$$

Диапазон значений постоянной C характеризует разброс экспериментальных данных. Если переписать это выражение в терминах параметров жидкости, частоты и скорости столкновения капель, получим критерий расплескивания:

$$U \geq U_{0s}, \quad U_{0s} = C\sigma^{1/4}f^{3/8}\nu^{1/8}\rho^{-1/4}. \quad (1.23)$$

Запись в такой форме отображает зависимость от частоты f явно. Заметим, что это выражение также можно переписать в терминах (1.3), перенеся частоту f в правую часть выражения (1.5). Выразим капиллярное число как $\text{Ca} = \text{We}/\text{Re}$, а безразмерную “длину вязкости” следующим образом: $\lambda_\nu = \text{Re}^{3/2}/\text{We} \cdot 1/(UDf)^{1/2}$. Тогда выражение (1.22) примет вид:

$$\text{We}^{1/4}\text{Re}^{1/8} \cdot \frac{1}{(UDf)^{3/8}} \geq C. \quad (1.24)$$

Таким образом, видим, что полученный критерий по форме близок к критериям из ранее рассмотренных нами работ (1.5). Он превращается в критерий (1.4) при $f = U/D$.

В ряде теоретических работ делалась попытка нахождения порога расплескивания жидкости на основе анализа динамики жидкого вала, образующегося из падения капли. В [74] предложена следующая теоретическая модель расплескивания. Согласно авторам, при столкновении капли с поверхностью образуется концентрический слой жидкости (плоская струя), который выплескивается с некоторой скоростью v_{jet} . Понятно, что она связана со скоростью столкновения капли U . Действие поверхностных сил приводит к возвратному движению кромки слоя со скоростью Тейлора-Калика:

$$v_{\text{TC}} = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho\delta_{\text{jet}}}}, \quad (1.25)$$

где δ_{jet} – толщина формирующейся струи. Эта скорость была получена независимо Дж. Тейлором [75] и Ф. Каликом [76]. Скорость v_{TC} имеет смысл скорости, с которой будет схлопы-

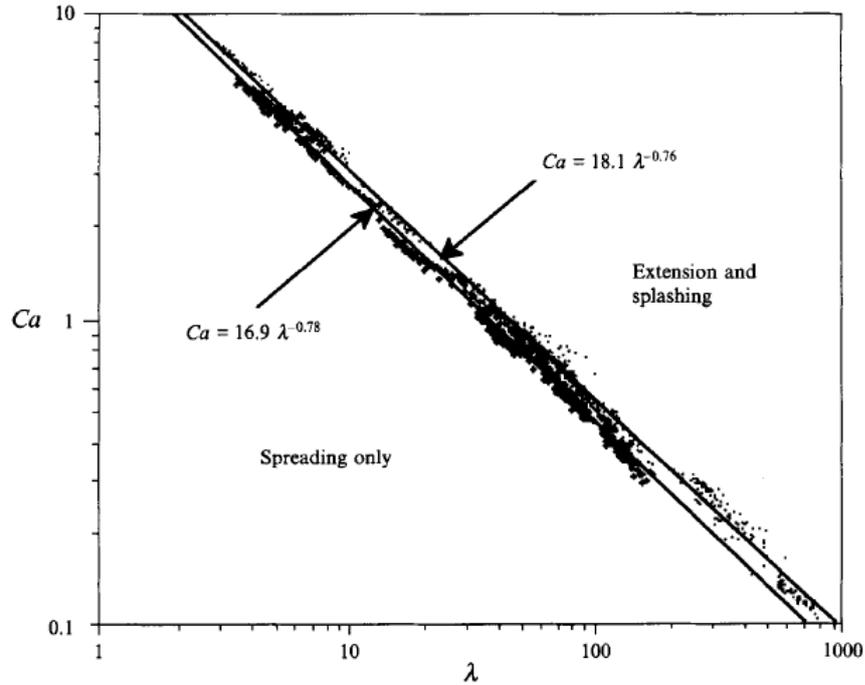


Рисунок 1.24: Параметрическая плоскость $Ca-\lambda$. Граница расплескивания из работы [73].

ваться тонкая пленка постоянной толщины δ_{jet} при ее разрыве. Примечательно, что v_{TC} , в соответствии с (1.25), зависит только от толщины пленки. В [74] критерий образования струй при падении капель был сформулирован в следующем виде:

$$v_{jet} \geq v_{TC},$$

то есть скорость выплескивания жидкости должна превышать скорость схлопывания тонкой пленки. Перепишем это выражение в привычном виде (1.5):

$$We^{1/2} Re^{1/4} \geq K_s. \quad (1.26)$$

Постоянная K_s в [74] была определена численным моделированием: $K_s = 225$. Отметим, что выводы этой работы совпадают с результатами экспериментов [77].

1.3 Возможные механизмы расплескивания жидкости

Как уже было сказано, существует два основных режима движения жидкости при падении капли на поверхность: при малых скоростях столкновения жидкость движется ре-

гулярно, без образования разрывов, струй и вторичных капель — происходит растекание (см. рисунки 1.16, 1.17); напротив, когда скорость капли достаточно велика — происходит расплескивание жидкости (см. рисунок 1.19). В предыдущем разделе подробно были рассмотрены экспериментальные исследования, касающиеся условий, при которых эти режимы движения жидкости сменяют друг друга. В данном разделе приведены результаты теоретических исследований процесса расплескивания различных авторов.

Из детальных фотографий экспериментов по столкновению капли с поверхностью видно (см., например, [65–67, 69]), что на некотором расстоянии от места удара образуется концентрический вал жидкости. Как видно, в частности, из рисунка 1.25 работы [67], по мере развития вала, его верхняя часть становится неоднородной, разваливаясь впоследствии на отдельные капли и струи. Возникает общий вопрос: какова природа неустойчивости, способствующая образованию короны, а также вторичных капель и струй? Можно поставить также ряд частных вопросов: каким будет количество струй, а также вторичных капель? Важность этих вопросов отмечалась в [7, 78].

Исследования механизмов расплескивания жидкости проводились с того времени, когда впервые были опубликованы фотографии структур, образующихся после столкновения капли с поверхностью [59, 79]. В заметке [80] Р.Ф. Аллен предположил, что в образующемся вале развивается неустойчивость Релея-Тейлора. Поверхность, разделяющая жидкость и окружающую среду, движется с огромным ускорением (см. рисунок 1.27): по оценкам этой же работы, в воздухе при столкновении капли воды с поверхностью оно составляет $\approx 160g$. В такой ситуации на поверхности развивается неустойчивость Релея-Тейлора, что приводит к образованию всплесков.

Другой возможностью [81, 82] для распада вершины вала является неустойчивость Релея-Плато (см. рисунок 1.28). Ее развитие связано с наличием силы поверхностного натяжения [83, 84], стремящейся сократить площадь свободной поверхности жидкости. Поскольку кромка образующегося вала имеет тороидальную форму, она ведет себя как жидкий цилиндр: в результате действия поверхностных сил кромка разбивается на мелкие капельки, близкие к форме, имеющей наименьшую площадь поверхности, то есть к сферической. Цилиндрическая струя неустойчива по отношению к возмущениям, чьи длины волн λ больше

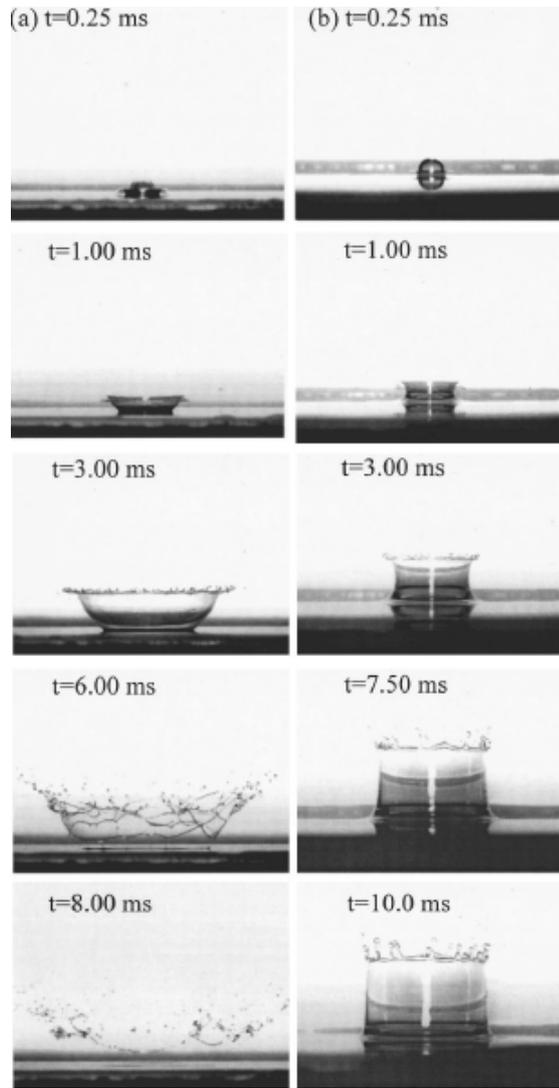


Рисунок 1.25: Фотографии последовательности разбрызгивания при столкновении капли с поверхностью для разных параметров: (a) $\delta = 0.05$ и (b) $\delta = 0.5$. Иллюстрация из работы [67].

произведения радиуса цилиндра r и 2π (то есть длины окружности сечения цилиндра):

$$\lambda > 2\pi r. \quad (1.27)$$

Наиболее известной иллюстрацией действия неустойчивости Релея-Плато является распад цилиндрической струи жидкости на капли при ее вытекании из водопроводного крана.

Еще одна упоминавшаяся в литературе возможность — неустойчивость Релея-Тейлора, развивающаяся на нижней поверхности падающей капли. Она была рассмотрена в [86]. Как показали эксперименты, при падении капли образуется жидкая ламель, движущаяся вдоль поверхности. По фотографии на рисунке 1.29 видно, что на ее краю возникают неровности во фронте, называемыми обычно пальцеобразными структурами (от англ. *fingering*). В работе отмечен ряд их особенностей. Во-первых, измеренная азимутальная фазовая скорость

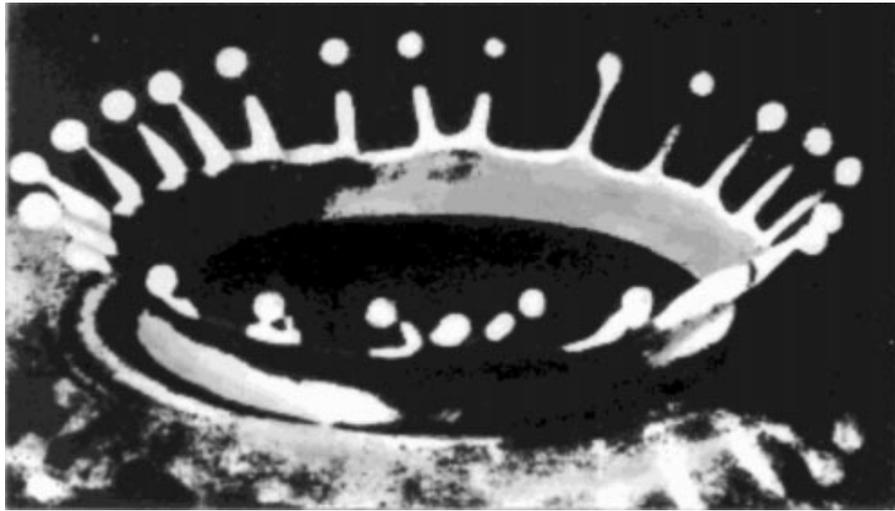


Рисунок 1.26: Падение капли молока на плоскость. Иллюстрация из работы [7].

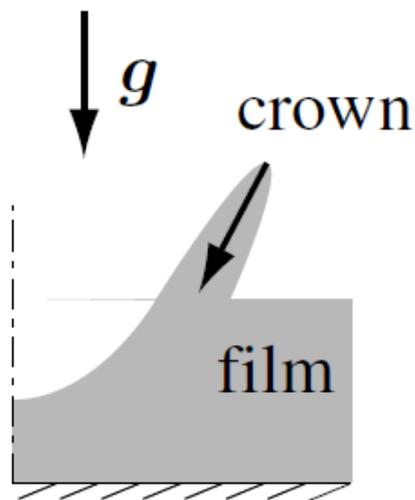


Рисунок 1.27: Развитие неустойчивости Релея-Тейлора кромки вала при образовании жидкого вала. Иллюстрация из [78].

говорит о том, что силы поверхностного натяжения играют доминирующую роль в эволюции формы фронта. Во-вторых, основная длина волны остается практически постоянной при движении ламели. Это говорит в пользу механизма расплескивания, отличающегося от предложенного Р.Ф. Алленом [80]. И, наконец, в-третьих, высказано предположение о природе неустойчивости, благодаря которой происходит образование пальцеобразных структур. Итак, предлагаемый в [86] механизм расплескивания заключается в следующем: развивается неустойчивость Релея-Тейлора нижней поверхности капли, которая при приближении к твердой поверхности замедляется в воздухе прямо перед столкновением с подложкой, что подтверждается присутствием азимутальных неровностей поверхности при первом контакте. Однако, численно оценить эти эффекты достаточно сложно: поверхность нижнего края

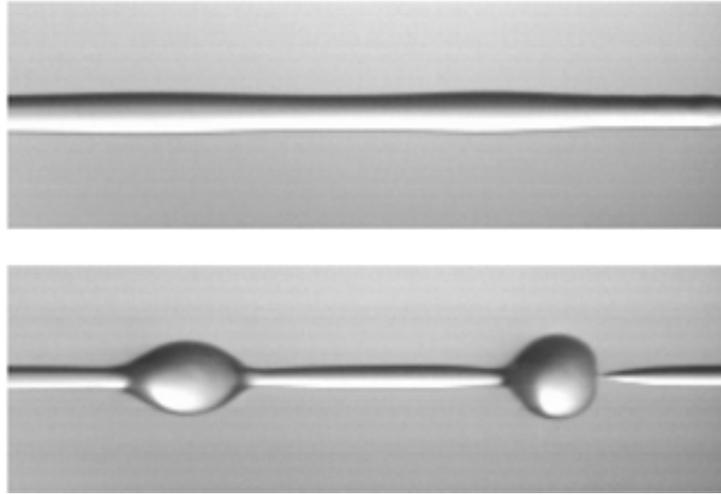


Рисунок 1.28: Развитие неустойчивости Релея-Плато на поверхности цилиндрической струи жидкости. Иллюстрация из [85].

капли не может быть ясно распознана на фотографиях. По грубым оценкам авторов, она замедляется с огромным ускорением $25000g$.

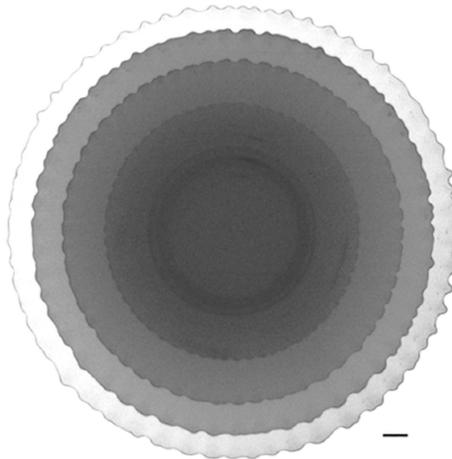


Рисунок 1.29: Фотография, показывающая типичную эволюцию неровностей фронта при распространении фронта — возникновения пальцеобразных структур. Иллюстрация работы [86].

С. Юн с соавторами [87] экспериментально исследовали расплескивание в зависимости от давления окружающего газа. Как видно из фотографий столкновения капли при разных давлениях среды на рисунке 1.30 работы [88], форма капли перед столкновением зависит от него; при прочих равных при уменьшении давления расплескивание перестает происходить. По мнению авторов работы [87], это говорит в пользу ответственности за пальцеобразование неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, поскольку оценки, сделанные с помощью дисперсионного соотношения для этой неустойчивости, согласуются с результатами [88]. Эта неустойчивость развивается по причине наличия разности скоростей между движущейся жидкостью

и окружающим газом. Таким образом, в [87] для описания эффекта пальцеобразования предлагается учесть сдвиговое влияние окружающей среды.

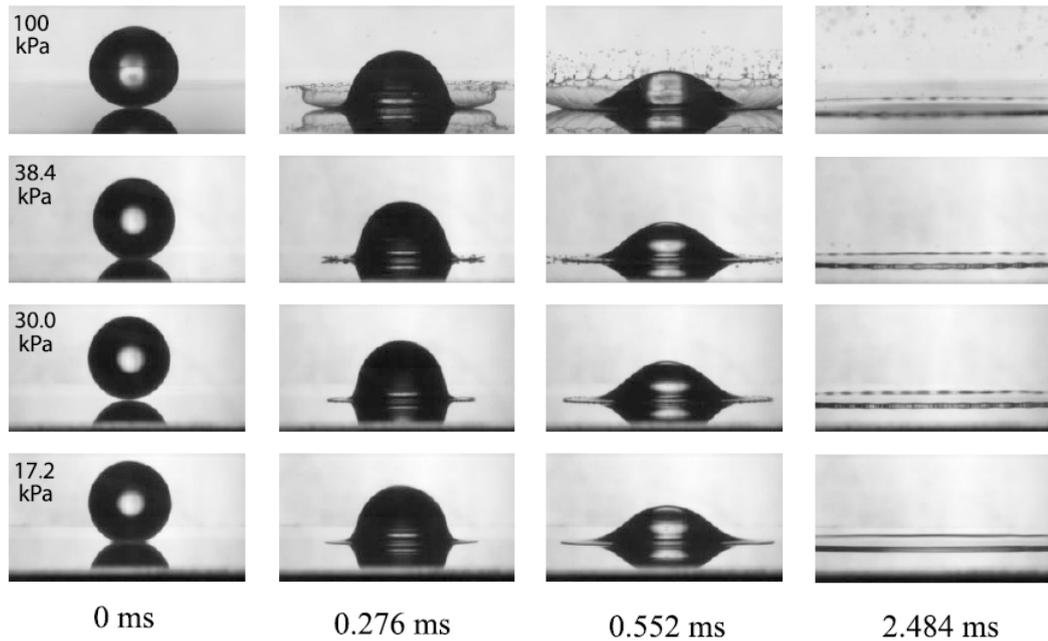


Рисунок 1.30: Фотографии столкновения каплей с сухой гладкой поверхностью при различных давлениях окружающей среды. Размер капли и ее скорость столкновения фиксированы для всех экспериментов. Иллюстрация работы [88].

Результаты экспериментально-теоретической работы [89] говорят об ответственности за образование короны неустойчивости Рихтмайера-Мешкова. Исследовался диапазон безразмерных чисел (см. (1.3)) $60 < We < 1400$, $0.0015 < Oh < 0.0041$, $0.1 < \delta < 10$ (что соответствует $1890 < Re < 24500$), для которого выявлено, что образующаяся корона может быть как регулярной (как показано на рисунке 1.31(a)), так и нерегулярной (рисунок 1.31(b)). Появление нескольких видов корон объясняется тем, что в случае регулярной короны отчетливо наблюдается только одна длина волны, тогда как при нерегулярной две или три длины волны соревнуются друг с другом. При наблюдении столкновения капли с поверхностью было выявлено, что неустойчивость начинала развиваться в первые доли миллисекунды. Поскольку в эти моменты времени жидкость (более плотная среда) движется в воздухе (менее плотной среде), замедляясь относительно него, то можно сделать вывод, что реализовывалась неустойчивость Рихтмайера-Мешкова.

По мнению авторов уже упоминавшейся работы [73], расплескивание следует рассматривать как новый тип кинематического разрыва. Распад кромки вала происходит благодаря

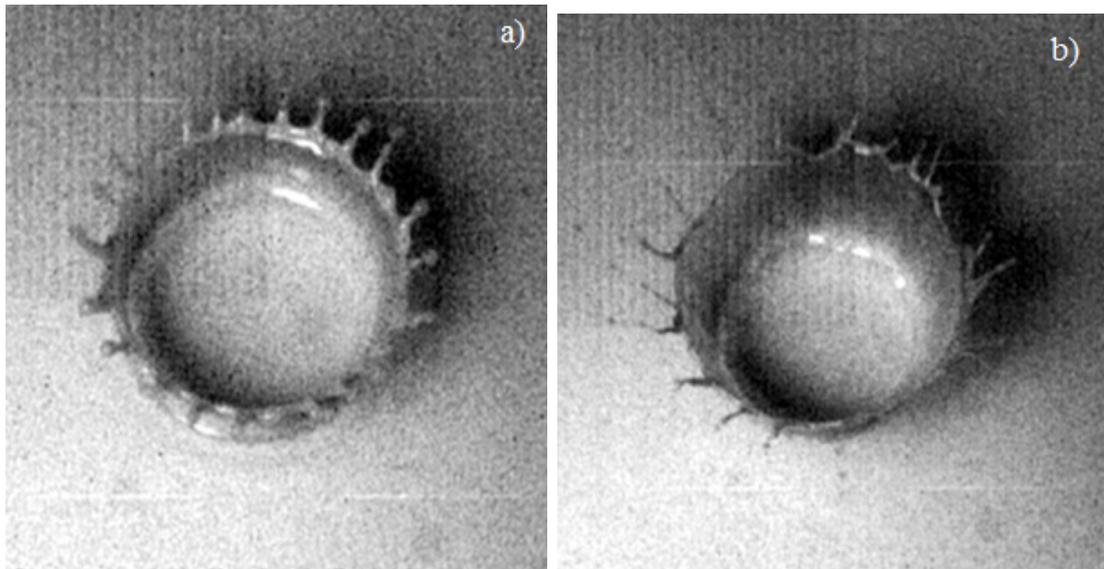


Рисунок 1.31: а) Пример образования регулярной короны при столкновении капли с поверхностью. б) Пример образования нерегулярной короны при столкновении капли с поверхностью. Иллюстрации работы [89].

началу распространения разрыва в скорости по слою жидкости на поверхности. Этот разрыв имеет свойства, присущие ударной волне.

Наиболее обстоятельно процесс формирования и распада вала исследован в экспериментальных работах Дж. Эггерса и соавторов [90, 91]. Столкновение капли со слоем жидкости фиксировалось фотоаппаратами как через стеклянное дно резервуара с жидкостью, так и сбоку (рисунок 1.32) с заданной задержкой, синхронизированной с искровой вспышкой. В результате этого удалось получить координаты образующегося вала в различные моменты времени, в том числе и при его распаде на вторичные капли и струи. Затем эти данные были сопоставлены с данными, посчитанными исходя из теоретических предположений о возможности развития различных видов гидродинамических неустойчивостей вала. В частности, в [91] подробно были рассмотрены неустойчивости Релея-Плато, Релея-Тейлора, Рихтмайера-Мешкова, а также исследованная в [73] кинематическая неустойчивость разрыва скоростей.

Кратко изложим подход к анализу (линейному) устойчивости границы жидкого вала, использованный в [85, 91]. Радиус скругления образующейся тороидальной кромки вала $r(\theta, t)$ представлялся в виде:

$$r(\theta, t) = r_0(t) + \epsilon(\theta, t), \quad (1.28)$$

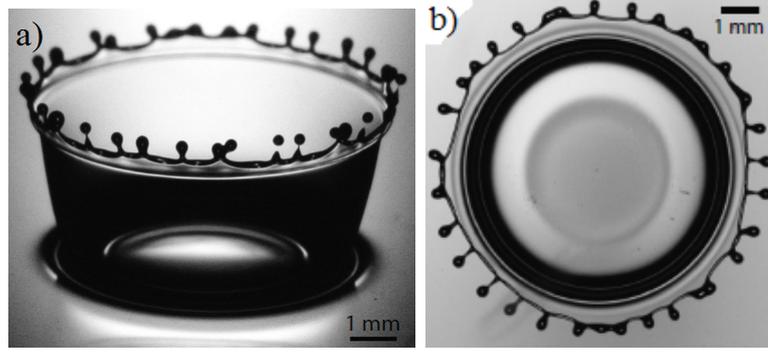


Рисунок 1.32: Фотофиксация образования короны сбоку (a) и через стеклянное дно резервуара с жидкостью (b), произведенное в работе [91].

где r_0 — невозмущенный радиус кромки, θ — азимутальный угол, под которым видна точка вала из центра, $\epsilon \ll r_0$ — малое возмущение радиуса скругления тора, t — время. Здесь было учтено, что радиус тороидальной кромки $r(\theta, t)$ много меньше радиального расстояния $R(t)$ от оси симметрии (точки, в которую попадает капля): $r(\theta, t) \ll R(t)$. Использовалось Фурье-разложение возмущений, возникающих на кромке вала:

$$\epsilon(\theta, 0) = \sum_{m=-N}^N A_m(t) \exp(im\theta). \quad (1.29)$$

Здесь $A_m(t)$ — амплитуда m -ой моды. В этой модели полагалось, что начальный пространственный спектр возмущений — плоский; иначе говоря, амплитуды мод A_m в момент времени $t = 0$ равны постоянному значению A_0 .

Согласно [85], временная эволюция радиуса скругления тора ϵ может быть записана в виде:

$$\frac{d \ln \epsilon(\theta, t)}{dt} = -s/2 + \gamma_m, \quad (1.30)$$

где γ_m — инкремент неустойчивости, $s = \dot{R}/R$ — поправка к нему. Физический смысл поправки s заключается в учете влияния продольного растяжения вала на амплитуду возмущения (подробнее см. [84]). В таком случае, интегрирование выражения (1.30) и подстановка его в (1.28) дает выражение для эволюции кромки вала, с помощью которого анализировалось развитие неустойчивостей:

$$r(\theta, t) = r_0(t) + \sqrt{\frac{R(0)}{R(t)}} \sum_{m=-N}^N a_m \exp \left\{ im\theta + \int_0^t dt' \gamma_m(t') \right\}. \quad (1.31)$$

В работе [91] в результате сопоставления данных экспериментальных исследований столкновения капли с результатами численного анализа развития различных видов неустойчивостей — в частности, Релея-Плато, Релея-Тейлора, Рихтмайера-Мешкова, нелинейной неустойчивости из [73] — было продемонстрировано, что спектр, полученный из теоретических расчетов для неустойчивости Релея-Плато, максимально повторяет спектр, полученный экспериментально. Таким образом, было показано, что неустойчивость Релея-Плато играет решающую роль в образовании струй и, следовательно, расплескивании жидкости при столкновении капли с поверхностью.

Согласно [92], неустойчивость Релея-Плато характеризуется следующим выражением для инкремента γ_m :

$$\gamma_{PRm}^2 = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} \cdot \frac{I_1(k_m r_0)}{I_0(k_m r_0)} \cdot (k_m r_0 - k_m^3 r_0^3), \quad (1.32)$$

где I_0 и I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода, k_m — волновое число, соответствующее m ой моде.

Результаты прямого численного трехмерного моделирования уравнений Навье-Стокса, осуществленного в [93], а также аналитического исследования [94] также говорят о существенной роли неустойчивости Релея-Плато в процессе распада вала.

1.4 Гидродинамические процессы в катодном пятне вакуумной дуги

Теоретические модели процессов, происходящих в катодном пятне вакуумного дугового разряда, разделяют на стационарные и нестационарные (см., например, [40]).

Простейшая схема стационарной модели катодного пятна представлена на рисунке 1.33. В прикатодной области выделяются три зоны [95]: зона ионизации, зона ускорения и поверхность катода. Атомы металла, испарившись с поверхности катода, в зоне ионизации ионизируются электронами, ускоренными катодным падением потенциала. Таким образом, создается область объемного заряда, обеспечивающая усиление электрического поля вблизи поверхности катода. Благодаря ему ионы возвращаются на катод и часть своей энергии передают на локальный разогрев его поверхности. Это ведет к испарению новых нейтральных атомов, ко-

торые после ионизации обеспечивают поддержание объемного заряда. Высокая температура катодного пятна (порядка $(3-5) \cdot 10^3$ К согласно, например, [55]), а также сильное электрическое поле обеспечивают условия для электронной эмиссии. Таким образом, катодное пятно обеспечивает непрерывность протекания электрического тока через границу металл-вакуум.

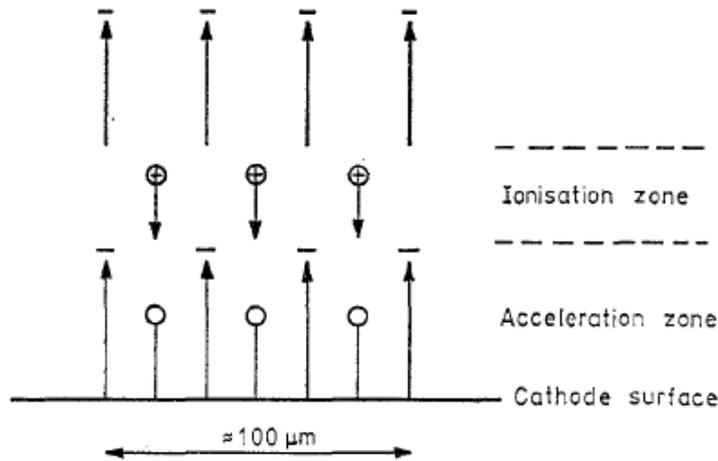


Рисунок 1.33: Схема стационарной модели функционирования катодного пятна. Иллюстрация из работы [95].

На рисунке 1.34, взятом из [95], представлена типичная схема нестационарной модели пятна, демонстрирующая ее важные отличия от стационарной модели: во-первых, это учет потока ионов, движущихся от катода, а во-вторых, ограниченность области эмиссии на поверхности катода (основная эмиссия электронов наряду с испарением атомов металла происходит в микрократерах на поверхности катода). В отличие от стационарной модели, поток ионов, движущийся в направлении к поверхности катода, не рассматривается как главный источник энергии, благодаря которому происходит испарение атомов металла в катодных пятнах. Как предполагается в [95], оно достигается благодаря другому механизму — джоулеву нагреву [96].

Э. Ханцше [97] предложил одну из первых моделей катодного пятна, в которой рассматривались гидродинамические процессы на катоде. На поверхности катода в результате процесса плавления образуются кратероподобные структуры, из которых вытесняется расплавленный металл. Согласно автору, это выдавливание производится внешним давлением ($\sim 10^8$ Па), обусловленным воздействием ионов и нейтральных частиц, а также отдачей, возникающей при испарении материала катода. Для случая постоянной толщины слоя, получаемого через несколько наносекунд после образования пятна, найдено тривиальное решение.

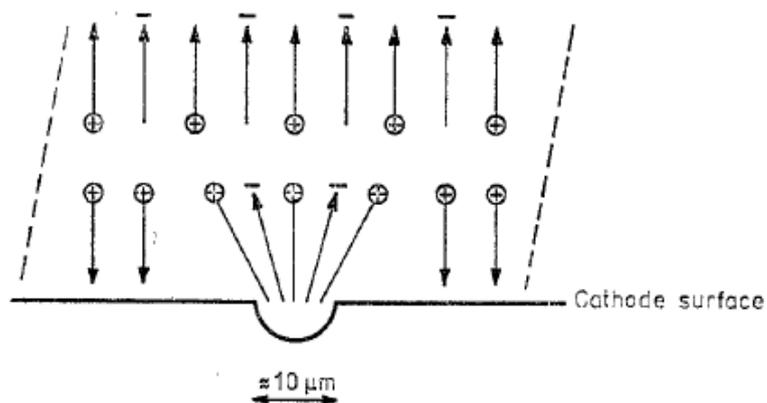


Рисунок 1.34: Схема нестационарной модели катодного пятна. Иллюстрация из работы [95].

Из этой модели оценены толщина слоя (~ 0.1 мкм) и скорость выбрасывания ($\sim 10^4$ см/с) по краям кратера.

Предложенная Г.А. Месяцем в [2] теория самоподдержания вакуумной дуги — эктонный механизм — основана на явлении взрывной электронной эмиссии (ВЭЭ) [11,98–100]. Г.А. Месяцем совместно с соавторами было показано, что появлению больших электронных токов предшествует электрический взрыв микронеоднородностей на катоде и образование плазмы в результате резистивного нагрева автоэмиссионным током. Образующиеся при этом плазменные сгустки получили название “катодного факела”.

Эктонный механизм [2] предполагает цикличность процессов в катодном пятне; в течение цикла в ячейке происходят процессы, обеспечивающие условия для функционирования следующего цикла. Перед началом каждого цикла появляется струя жидкого металла, которая взаимодействует с плазмой катодного пятна: через струю протекает электрический ток, замыкающийся из плазмы на поверхность струи. С учетом различных эффектов, плотность тока через струю может достигать 10^9 А/см². Это приведет к ее взрыву за время порядка 10^{-9} с и появлению ВЭЭ. Благодаря этому, во-первых, вокруг эмиссионного центра ВЭЭ образуется жидкометаллическая ванна, во-вторых, появляются струи плазмы, движущиеся со скоростями порядка 10^6 см/с в направлении анода. Эта плазма создает давление порядка 10^8 Па, действующее на жидкий металл и способствующее появлению очередной струи. Она будет двигаться со скоростью 10^4 см/с. В то же время эмиссия через предыдущую струю прервется благодаря уменьшению ее температуры за счет теплопроводности и снижению плотности тока. Так заканчивается электронная часть эктонного цикла, после которого начинается его вторая часть — ионная. Ионы плотной плазмы, оставшиеся после предыду-

щего микровзрыва, движутся к катоду, бомбардируют его и вызывают вторичную эмиссию электронов, обеспечивая тем самым протекание тока в этот период.

Теоретически задача о взаимодействии плазмы катодного пятна с микровыступами катода, в качестве которых могут выступать жидкометаллические струи, рассматривалась в работах [101–105]. В [101] разработана двумерная нестационарная гидродинамическая модель инициирования взрывоэмиссионных центров при взаимодействии плазмы катодного пятна вакуумной дуги с поверхностью микровыступа. Она позволила исследовать динамику предвзрывных процессов и определить диапазон параметров плазмы, обеспечивающих инициирование новых центров. В рамках данного подхода было показано, что учет энергии, приносимой ионами плазмы и эмиссионных процессов, стимулированных электрическим полем слоя пространственного заряда вблизи поверхности катода, обеспечивают необходимую “затраченную” мощность потока тепла для развития процесса джоулева разогрева микровыступа и последующего его взрыва при значениях плотности ионного тока на катод $< 10^7$ А/см² и геометрических параметров микровыступов с коэффициентом усиления плотности тока < 10 . Аналогичная модель была использована для исследования инициирования взрывоэмиссионных центров в униполярной дуге в [102, 103]. В [104] разработана кинетическая (1D3V PIC/DSMC) сферически одномерная модель нагрева микровыступа под плазмой катодного пятна. В рамках данного подхода было показано, что развитие тепловой неустойчивости в микровыступе может быть обусловлено потоком энергии, приносимым на катод электронами из плазмы, при учете падения потенциала электрического поля на плазме катодного пятна при больших плотностях тока. В [105] разработана двумерная осесимметричная гидродинамическая модель, которая учитывает как Джоулев, так и электронно-плазменный механизм развития тепловой неустойчивости в микровыступе. Проведенное моделирование позволило проанализировать их эффективность в различные моменты времени в зависимости от параметров плазмы в рамках одного численного эксперимента.

Существенный прогресс в понимании процессов, ответственных за формирование струй жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда, был достигнут Г.А. Месяцем и Н.М. Зубаревым в работе [5] благодаря использованию оригинального подхода. Он заключается в том, что вытеснение расплавленного металла из отдельного кратера при функционировании вакуумной дуги считается подобным процессу столкновения единичной капли

с поверхностью. В [5] были оценены безразмерные гидродинамические числа Вебера и Рейнольдса (1.3) для жидкой меди в катодном пятне при близком к пороговому токе. Оказалось, что они попадают на границу областей, соответствующей смене различных режимов движения жидкости (с растекания на расплескивание) на параметрической плоскости $We-Re$, из работ [65, 70, 71] (см. формулы (1.8) и (1.17) на страницах 30 и 34, соответственно). Это дало основание отождествить порог расплескивания жидкого металла с порогом горения вакуумной дуги. Это подтверждает высказанную в [35] гипотезу о значительной роли гидродинамических процессов в самоподдержании разряда. Очевидное преимущество подхода работы [5] состоит в том, что процессы в катодном пятне, в силу малых временных и пространственных масштабов — порядка наносекунд и микрометров (см. раздел 1.1), — плохо поддаются прямому наблюдению *in situ*, в то время как процессы при столкновении капель относятся к микросекундному и миллиметровому диапазонам и, как следствие, хорошо экспериментально изучены (см. раздел 1.2).

Логичным продолжением работы [5] стала статья [6] тех же авторов. В ней был сделан предварительный анализ механизмов формирования струй и капель в катодном пятне вакуумной дуги. Понятно, что при вытеснении расплавленного металла давлением плазменного факела по краям образующегося углубления (кратера) формируется жидкометаллический вал (рисунок 1.35). Он будет распадаться на струи при том условии, что его высота значительно больше его толщины. Учет экспериментального углового распределения разлета микрокапель [52] (подробнее см. раздел 1.1) позволил связать вертикальный и горизонтальный масштабы образующегося вала. Согласно сделанным оценкам, осевая симметрия вала будет нарушаться благодаря развитию неустойчивости Релея-Плато — эта ситуация продемонстрирована на рисунке 1.36. Именно этот процесс ответственен за формирование струй и капель.

Численное моделирование процессов кратерообразования на катоде вакуумной дуги проводилось в работах [106–112]. В [107] впервые в рамках двумерной осесимметричной постановки задачи тепломассопереноса непосредственно моделировалась гидродинамика расплава при образовании кратера и начальной стадии формирования жидкометаллических струй при функционировании индивидуальной ячейки катодного пятна вакуумной дуги. Определены основные режимы динамики расплава в зависимости от внешнего давления и

роли конвективного теплопереноса в энергетическом балансе катода. Показано, что он существенно увеличивает эффективность теплоотвода из расплава, что приводит к стабилизации температуры поверхности катода в центре кратера и ее росту на периферии, где формируются жидкометаллические струи. Рассчитанные параметры жидкометаллических струй в начальной осесимметричной стадии (скорость, направление движения) хорошо согласуются с экспериментальными данными по капельной эмиссии из катодного пятна вакуумной дуги. В [108] И.В. Уймановым и Г.А. Месяцем предложена полуэмпирическая модель образования кратера при функционировании ячейки катодного пятна вакуумного разряда. Модель включает в себя экспериментально исследованные характеристики взаимодействия плазмы катодного пятна с катодом, что позволило связать давление плазмы катодного пятна и тепловой поток с током индивидуальной ячейки. В модели учитывались процессы переноса тепла, массы и заряда, а так же поверхностный и объемный (Джоулевый) источники тепла. Решалась следующая система уравнений (записанная в двумерном осесимметричном виде), включающая экспериментальные характеристики взаимодействия плазмы катодного пятна с катодом, такие как давление плазменного факела и рассеиваемую энергию:

$$c_p \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \vec{\nabla} T \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma}, \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \quad (1.35)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad (1.36)$$

где c_p — удельная теплоемкость, λ — теплопроводность, σ — электропроводность, ρ — плотность, $\vec{V} = \langle u, v \rangle$ — скорость расплава, P — давление, ν — кинематическая вязкость, T — температура катода, t — время. Первое уравнение (1.33) представляет собой уравнение температуропроводности, (1.34) и (1.35) — уравнения Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости. При этом считалось, что плотность тока j_c имеет гауссово распределение в пространстве: $j_c = j_0 \exp(-(r/r_0)^2)$, а поток тепла распределен следующим образом: $q_c = q_0 \left(1 + (r/r_0)^{5/2} \right)^{-1}$, где j_0 , q_0 , r_0 — постоянные величины. Геометрия задачи представлена на рисунке 1.37а.

На основе результатов моделирования показано, что в диапазоне токов ячейки катодного пятна $1.6 - 7$ А, диаметр образующегося кратера составляет $3 - 7$ мкм при времени протекания тока в ячейке $15 - 60$ нс. При этом глубина кратера в основном определяется плотностью тока в ячейке. Согласно полученным результатам максимальное значение плотности тока в ячейке составляет $(1 - 3) \cdot 10^8$ А/см² для всех вариантов расчетов, в результате которых образование кратера микронных размеров занимает несколько десятков наносекунд. При этом средняя плотность тока в ячейке, определенная по диаметру кратера, на порядок меньше и составляет 10^{11} А/м². Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными при пороговых токах вакуумной дуги по размеру и времени формирования микрократеров, а так же и средней плотности тока, определяемой по их диаметру. Результаты моделирования образования микрократера на медном катоде при токе 3.2 А, равном двум пороговым, приведены на рисунке 1.37b. Видно, что к моменту времени $t = 10$ нс по краям кратера образуется жидкометаллический вал. Однако, в рамках используемой двумерной модели распад вала на струи и капли не может быть описан в силу существенной трехмерности этого процесса. Более подробно результаты моделирования динамики жидкого металла этим подходом будут приведены в главе 4 диссертационной работы, где они описывают невозмущенное состояние жидкометаллического вала, на фоне которого развиваются трехмерные, азимутальные неустойчивости его поверхности.

М.С. Бенилов и соавторы также проводили моделирование образования кратера на катоде при функционировании вакуумной дуги [109–111]. Для моделирования использовался пакет COMSOL Multiphysics. Как и в работе [107], распределения плотности тока и потока тепла имели гауссову форму как в пространстве, так и во времени. Рассматривались две исходных геометрии системы: плоская и с выступом. Временная эволюция в этих случаях происходила практически одинаковым образом, а потому приведем примеры эволюции поверхности только для плоского случая: см. этапы на рисунке 1.38. Результаты моделирования позволяют выделить три фазы функционирования пятна. Фаза зажигания характеризуется стремительным увеличением температуры катода до максимальных значений в $T_{\max} = 4700 - 4800$ К за 8 нс для плоской поверхности (соответственно, 5 нс для поверхности с выступом). Происходит незначительное проплавление поверхности, однако существенной деформации не происходит (см. рисунок 1.38). Фаза последующего расширения характеризуется

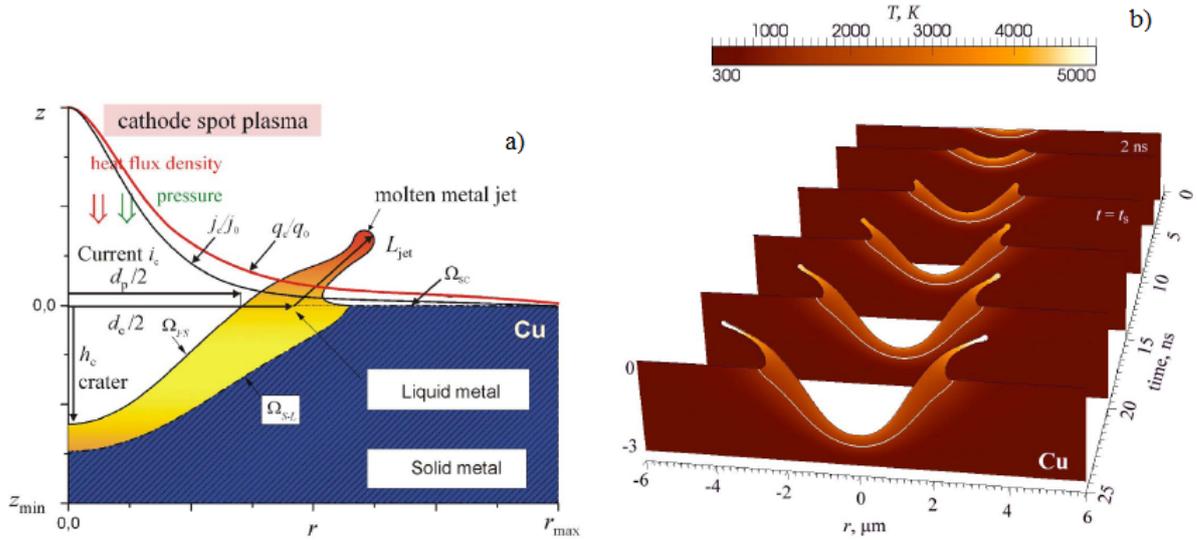


Рисунок 1.37: а) Геометрия задачи образования микрократера и окружающего его жидкометаллического вала на поверхности катода, учитывающая поток тепла и движение расплава под действием катодной плазмы. Иллюстрация работы [108]. б) Результаты двумерного осесимметричного моделирования образования микрократеров на поверхности катода, проведенного в [108].

неизменностью температуры T_{\max} (рисунок 1.39) и увеличением силы тока пятна I . На этом этапе формируется кратер благодаря вытеснению жидкого металла давлением, оказываемым плазмой. После того, как к моменту времени $t = 25$ нс плазменное облако гаснет, поток энергии на катод прерывается. Расширение кратера останавливается, а пятно начинает быстро разрушаться диссипацией тепла вглубь катода вследствие теплопроводности. Однако, к этому моменту времени расплав движется с достаточно большой скоростью (согласно [110], ~ 150 м/с), что приводит к формированию плоской жидкометаллической струи (напомним, что в работе рассматривалась осесимметричная модель задачи). Третья фаза завершается разрывом этой струи и образованием капли (фактически, она представляет собой тороид).

Согласно результатам моделирования [110], температура катода в течение всего времени жизни пятна не превышает предельных значений $T_{\max} = 4700\text{--}4800$ К, даже если поток тепла со стороны плазменного факела на катода не прерывается. Это — следствие охлаждения катода электронной эмиссией и конвективным теплообменом. Без учета последнего (линия “V” на рисунке 1.39) джоулева разогрева было бы достаточно для инициирования теплового убегания (от англ. “thermal runaway”) в объеме катода и температура достигает критического значения для меди: происходит микровзрыв. В расчетах, где пренебрегалось вкладом плазмы пятна (и охлаждением эмиссией электронов) (линия “HD” $\tau = 60$ нс на

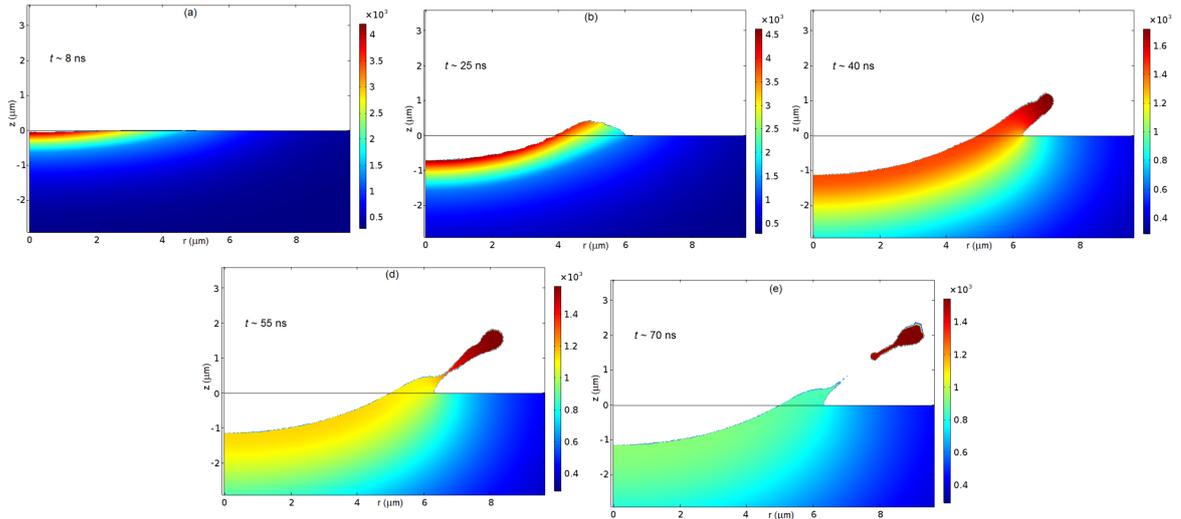


Рисунок 1.38: Временная эволюция распределения температуры и деформация поверхности катода с микровыступом, рассчитанная в [110]. Температура в Кельвинах. Описание различных стадий дано в тексте.

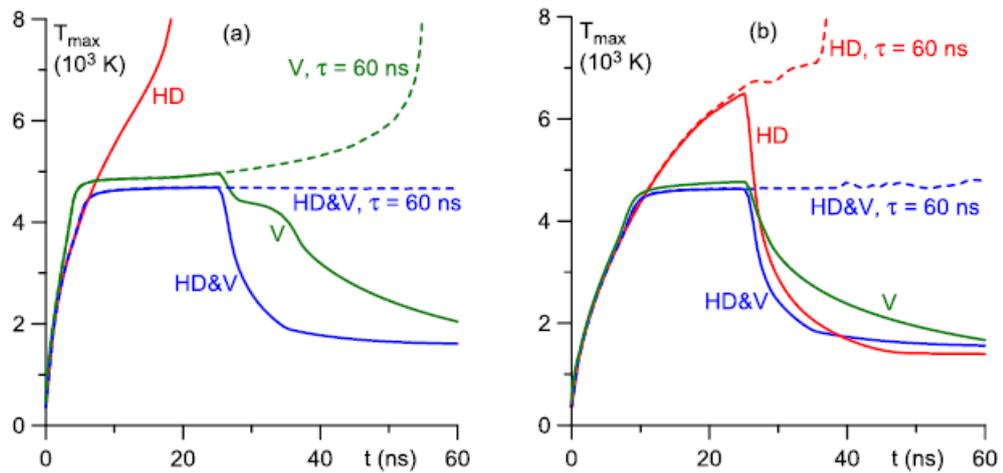


Рисунок 1.39: График временной эволюции максимальной температуры катода, рассчитанной в [110]. (a) Катод с микровыступом. (b) Плоский катод. HD&V: Полная модель. V: Модель без учета движения расплава. HD: Модель без учета генерируемой в пятне плазмы.

рисунке 1.39), также достигалась критическая температура. Однако, нагрев до критической температуры осуществлялся скорее благодаря нагреву внешним источником, чем развитию тепловой неустойчивости. Таким образом, проведенное в [110] моделирование функционирования единичного микрократера позволило наблюдать образование струи и выброс капель (с поправкой на ограничение азимутальной геометрией системы). При этом в рассмотренной 2D геометрии задачи “теплового убегания” в режиме инерциального расплескивания, приводящего к микровзрывам, не наблюдалось.

Моделированию образования кратера в катодном пятне вакуумной дуги посвящена также недавняя работы Д.Л. Шмелева и соавторов [112]. В двумерной осесимметричной поста-

новке была численно решена система уравнений, включающая уравнения гидродинамики, теплопроводности и учитывающая испарение поверхности и джоулев разогрев. В модели работы [112] также учитывались атомное испарение и изменение физических параметров во времени. Как было продемонстрировано, при мощности в $(1.5 - 3) \cdot 10^{12}$ Вт характеристики разряда и образующихся кратеров лежат в следующих диапазонах: ток разряда 1 – 6 А, давление $(1 - 3) \cdot 10^8$ Па, радиус и глубина кратера 1.4 – 4.1 мкм и 1.4 – 2.1 мкм, соответственно, скорость движения расплава 154 – 428 м/с и максимальная температура в 2145 – 5342 К достигается в области радиусом 0.5 – 1.5 мкм. Эти параметры в целом согласуются с результатами [106–108] и экспериментальными наблюдениями (см. раздел 1.1).

По изложенным результатам можно заключить, что в последнее время сложилось понимание важности гидродинамических процессов в катодном пятне вакуумной дуги; дальнейший прогресс в этой области требует целенаправленного рассмотрения трехмерных процессов, ответственных за расплескивания жидкого металла.

Глава 2. Анализ динамики жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги с помощью принципа гидродинамического подобия

В работах Н.М. Зубарева и Г.А. Месяца [5,113] была предложена идея сравнения процессов, происходящих при столкновении капли с поверхностью, и процессов в катодном пятне вакуумной дуги. Это позволило отождествить, с одной стороны, явление погасания дугового разряда при уменьшении тока до некоторого значения, называемого пороговым, и явления формирования вторичных струй и капель с другой. Такой результат говорит о значительной роли процессов формирования струй и капель в явлении самоподдержания вакуумного дугового разряда.

Для анализа гидродинамических процессов в катодном пятне был использован принцип гидродинамического подобия. Согласно ему, процессы, происходящие в геометрически подобных системах, будут происходить одинаковым образом при равных безразмерных гидродинамических числах. Тогда, несмотря на радикально отличающиеся пространственно-временные масштабы процессов — миллиметры и миллисекунды для падения капель на твердую поверхность и микрометры и наносекунды для микрократеров в катодном пятне вакуумной дуги (см. разделы 1.1, 1.2) — их можно сопоставлять между собой и по результатам наблюдения первого явления судить о процессах во втором, которые до сих пор не удавалось наблюдать *in situ*.

В данной главе принцип гидродинамического подобия будет использован для сопоставления экспериментальных результатов процессов в катодном пятне вакуумной дуги для ши-

рокого спектра материалов катода с многочисленными результатами гидродинамических работ по столкновению капель жидкости с поверхностью. Если в работах [5, 113] подход апробировался на отдельном примере сопоставления данных работы по горению дуги на медном катоде с работой [65], то в настоящей работе он будет применен для анализа значительного числа экспериментов для катодов из меди, вольфрама, золота и молибдена при помощи целого ряда критериев расплескивания, полученных различными авторами с учетом множества факторов. Одним из таких факторов, учет которого, на наш взгляд, принципиально важен, является цикличность процессов.

2.1 Учет цикличности дуговых процессов

2.1.1 Критерий расплескивания жидкости

Обсудим характер движения жидкости при последовательном падении капель на твердую плоскую поверхность. Как уже упоминалось в разделе 1.2, в работе [73] для анализа полученных экспериментальных данных использовались числа Ca и λ_ν , задаваемые выражениями (1.21) (см. страницу 36). Для исследованного диапазона

$$0.1 \leq Ca \leq 8, \quad 3 \leq \lambda_\nu \leq 900, \quad (2.1)$$

был сформулирован критерий расплескивания жидкости в виде (1.22):

$$Ca \geq C\lambda_\nu^{-3/4}, \quad C \approx 16.9 - 18.1.$$

Смысл этого критерия заключается в следующем: при выполнении неравенства (1.22) столкновение капель с преградой приводит к образованию струй и множества вторичных капель меньшего размера. Если же неравенство (1.22) не выполняется, то жидкость растекается по поверхности без расплескивания.

Подставляя определения (1.21) чисел Ca и λ_ν в (1.22), получим критерий расплескивания в размерном виде:

$$U \geq C\sigma^{1/4} f^{3/8} \nu^{1/8} \rho^{-1/4}. \quad (2.2)$$

Обсудим особенности использования этого критерия для интересующей нас задачи: динамики жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

В критерий (2.2) входит частота падения капель f ; соответственно, временной интервал между падением отдельных капель составляет $1/f$. Применительно к динамике жидкого металла в катодном пятне аналогом такого интервала является время дугового цикла T_{cs} . Для оценок возьмем определенное в [32] методом прямого осциллографирования значение T_{cs} для вольфрамового катода : $T_{cs} = 25 - 50$ нс. Это время соответствует значениям частоты $f_{cs} = 20 - 40$ МГц. Для сравнения, в условиях гидродинамических экспериментов [73] частота падения капель составляла $f \approx 20$ кГц, т.е. она отличается от характерной частоты дуговых процессов на три порядка. Также существенно (на 1–2 порядка) отличаются и характерные пространственные масштабы сопоставляемых проблем. С одной стороны, в [73] диаметры падающих капель относились к диапазону 70 – 340 мкм. С другой стороны [32], характерный размер кратеров на катоде при околопороговых токах составлял приблизительно 4 мкм в диаметре (см. рисунок 1.6 на странице 20).

Тем не менее, несмотря на такую разницу характерных временных и пространственных масштабов, эти процессы можно сравнивать на основе принципа гидродинамического подобия. Это обусловлено тем, что, во-первых, геометрии систем в целом аналогичны (области, занимаемые жидкостями, ограничены) и, во-вторых, безразмерные числа Ca и λ_v , как будет показано ниже, для обеих задач сопоставимы.

Особенностью критерия расплескивания жидкости (2.2), отличающего его от критериев для падения одиночных капель (см., например, [65, 67, 69, 72]), является отсутствие прямой зависимости от размера капель. Основной масштаб задачи определяется как U/f и соответствует расстоянию, на которое жидкость перемещается за время цикла. Однако, применительно к интересующей нас задаче об истечении жидкости из кратера, размер кратера войдет в (2.2) неявным образом: от него зависит скорость жидкого металла. Это отличает нашу задачу от задачи о столкновении капель с преградой, где скорость капель является независимым параметром.

2.1.2 Динамика расплавленного металла в катодном пятне

В критерий расплескивания жидкости (2.2), помимо параметров самой жидкости (поверхностного натяжения σ , вязкости ν и плотности ρ), входят также частота исследуемого циклического процесса f и скорость жидкости U . Если частота процессов в катодном пятне вакуумной дуги, как уже указывалось, может быть взята непосредственно из данных экспериментов [32] ($f = 1/T_{cs}$), то определение характерной скорости движения жидкого металла U_{cs} (она отождествляется со скоростью столкновения капель U) требует проведения некоторых предварительных расчетов.

Для нахождения скорости U_{cs} истечения жидкости из кратера мы будем использовать методику, предложенную в недавней работе [6]. Пусть расплавленный металл исходно занимает полусферическую область радиусом R . Действие расширяющейся катодной плазмы на жидкость может быть описано в терминах давления P , оказываемого реактивной силой F , действующей на жидкость (на область площадью πR^2):

$$P = \frac{F}{\pi R^2}. \quad (2.3)$$

В свою очередь, сила F , согласно [45, 46] (подробнее см. раздел 1.1), линейно связана с силой тока I , протекающего через кратер:

$$F = I u_i \gamma_i, \quad (2.4)$$

где u_i — характерная скорость ионов, γ_i — степень эрозии ионов (масса, уносимая на единицу заряда). В данном разделе мы считаем, что скорость ионов направлена нормально поверхности катода.

Для простоты предположим, что давление за пределами кратера равно нулю, то есть жидкость ускоряется лишь внутри кратера и затем движется по инерции за его пределами. Импульс, передаваемый жидкости за время t , оценивается как Ft . Разделив его на полную массу жидкости в полусферическом кратере

$$2\rho\pi R^3/3,$$

получим оценку для скорости движения жидкости

$$u(t) \approx \frac{3Pt}{2\rho R}.$$

Это означает, что скорость расплавленного металла $u(t)$ линейно возрастает со временем до тех пор, пока жидкость не покинет кратер. Этот момент оценивается из условия

$$\int_0^{t_r} u(t) dt = R,$$

что дает

$$t_r = R\sqrt{\frac{4\rho}{3P}}$$

и, следовательно, для скорости истечения имеем

$$U_{cs} \equiv u(t_r) \approx \sqrt{3P/\rho}. \quad (2.5)$$

Отметим, что в [5, 55] скорость вытеснения оценивалась из закона Бернулли как

$$U_{cs} \approx \sqrt{\frac{2P}{\rho}}.$$

Однако, уравнение Бернулли применимо только в случае стационарных потоков. Исследуемый же процесс является существенно нестационарным, что, как видно из сравнения с (2.5), дает увеличение оценки для скорости в $\sqrt{3/2} \approx 1.22$ раза. Учитывая (2.3) и (2.4), окончательно находим выражение для скорости жидкого металла, приобретаемой им под давлением катодной плазмы:

$$U_s = \sqrt{\frac{3Iu_i\gamma_i}{\rho\pi R^2}}. \quad (2.6)$$

Поскольку наши рассуждения во многом основываются на результатах экспериментальной работы [32], где исследовалось горение вакуумной дуги при околопороговых токах на вольфрамовом катоде, будем делать наши оценки для расплавленного вольфрама, температура которого несколько выше температуры плавления. Согласно [114], в таких условиях этот металл имеет поверхностное натяжение $\sigma = 2.48$ Н/м, плотность $\rho = 16.7 \cdot 10^3$ кг/м³, кинематическую вязкость $\nu = 4.13 \cdot 10^{-7}$ м²/с. По данным работ [4, 115], для вакуумной дуги

на вольфрамовом катоде скорость ионов составляет $u_i = 1.05 \cdot 10^4$ м/с, ионная эрозия — $\gamma_i = 62$ мкг/Кл, пороговый ток — $I_c = 1.6$ А. Как было установлено для вольфрамового катода [32], наиболее вероятный диаметр кратера в диапазоне тока дуги от единиц до десятков ампер слабо зависит от силы тока. При околопороговом токе можно взять $R = 2$ мкм. Оценивая скорость для допустимого, согласно представлениям [3], интервала токов через одиночный кратер от порогового до двух пороговых ($I = 1.6 - 3.2$ А), получим из (2.6) следующий диапазон значений скорости движения жидкого металла:

$$U_{cs} \approx 122 - 173 \text{ м/с.} \quad (2.7)$$

Стоит отметить, что эти значения скорости согласуются с результатами численного моделирования [106–108, 110, 112], а также с данными экспериментов [56].

Подставляя оценки скорости (2.7), а также времена дугового цикла $T_{cs} = 25 - 50$ нс в выражения (1.21), получим следующие диапазоны значений для капиллярного числа и безразмерной “длины вязкости”:

$$Ca \approx 0.33 - 0.48, \quad \lambda_\nu \approx 88 - 125. \quad (2.8)$$

Важно, что эти значения попадают в исследованный экспериментально в работе [73] диапазон значений Ca и λ_ν (2.1). Это дает нам основания, несмотря на указанные в разделе 2.1.1 значительные различия во временных и пространственных масштабах, на основе принципа гидродинамического подобия по данным о достаточно хорошо изученных процессах, сопровождающих последовательное падение капель на твердую поверхность, судить о процессах в жидкой фазе катодного пятна вакуумной дуги, которые до сих пор не удавалось наблюдать *in situ*. В частности, это позволяет применять найденный эмпирически в [73] критерий расплескивания жидкости к описанию процесса вытеснения расплавленного металла из формирующихся на катоде кратеров.

2.1.3 Результаты и обсуждение

На рисунке 2.1 на параметрической плоскости $Ca-\lambda_\nu$ показана граница между областями, в которых реализуются режимы растекания и расплескивания жидкости (она задается

формулой (1.22)). Там же показаны интервалы значений чисел Ca и λ_v , которые, согласно нашим оценкам (2.8), соответствуют условиям, реализующимся в катодном пятне вакуумной дуги при околопороговых токах. Видно, что эти значения лежат близко к границе, разделяющей режимы растекания и расплескивания.

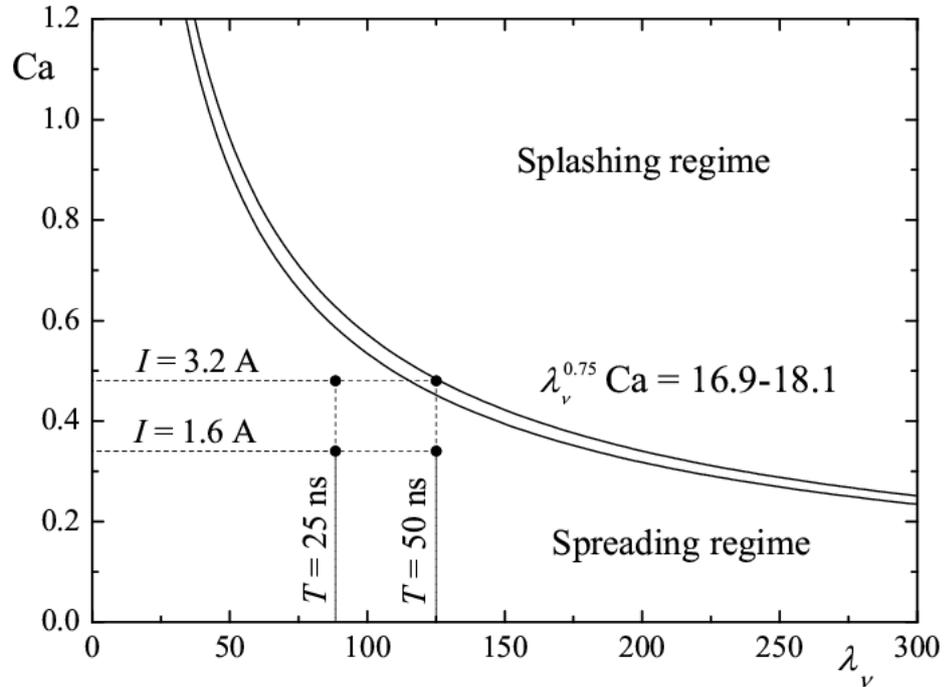


Рисунок 2.1: Сплошными линиями показана граница режимов растекания и расплескивания жидкости по данным [73]. Точки соответствуют нашим оценкам для параметров расплавленного металла в катодном пятне для околопороговых токов.

Из определения (1.21) (см. страницу 36) капиллярного числа Ca следует, что

$$Ca \propto U_{cs}.$$

Скорость движения жидкого металла, в свою очередь, прямо пропорциональна квадратному корню из силы тока и обратно пропорциональна радиусу кратера (2.6):

$$U_{cs} \propto \frac{\sqrt{I}}{R}.$$

Как уже указывалось, при относительно малых токах разряда I радиус R практически не зависит от величины тока I (см. рисунок 1.7 на странице 20). Тогда можно считать радиус R фиксированным. В таком случае при токах до нескольких пороговых для капиллярного

числа будет справедлива зависимость:

$$Ca \propto \sqrt{I},$$

т.е. с увеличением тока I число Ca растет. Это означает, что при достаточно больших токах разряда мы попадаем в верхнюю область на параметрической плоскости $Ca-\lambda_v$ (рисунок 2.1), где реализуется режим расплескивания расплавленного металла, сопровождающийся образованием струй. Формирование подобных микронеоднородностей на поверхности катода создает условия для инициирования взрывной электронной эмиссии [2, 4] и, соответственно, для самоподдержания вакуумного дугового разряда. Напротив, при уменьшении тока мы оказываемся в нижней области на параметрической плоскости, в которой реализуется режим растекания жидкого металла по катоду. В этом режиме микронеоднородности на катоде не развиваются и, как следствие, дуга гаснет. Переход через границу между растеканием и расплескиванием происходит при некотором критическом значении тока дугового разряда, который можно отождествить с пороговым током I_c .

2.1.4 Замечания к разделу 2.1

В данном разделе на основе принципа гидродинамического подобия было проведено сопоставление процессов (i) расплескивания жидкости при периодическом падении капель на плоскую твердую поверхность и (ii) образовании струй жидкого металла при его выдавливании в катодном пятне вакуумной дуги при околупороговых токах $I_c \leq I \leq 2I_c$. Установлено, что при этом в жидкой фазе катодного пятна вакуумной дуги реализуются условия, близкие к критическим условиям для расплескивания расплавленного металла. Безразмерные параметры Ca и λ_v , характеризующие движение жидкого металла в катодном пятне, попадают на границу областей, в которых, согласно исследованиям [73], реализуются режимы растекания и расплескивания жидкости (см. рисунок 2.1). Из этого можно сделать вывод, что именно гидродинамические процессы могут быть ответственны за пороговый характер горения вакуумной дуги.

В недавней работе [5] сравнивалось поведение жидкой фазы в катодном пятне вакуумной дуги с поведением жидкости при столкновении одиночной капли с твердой преградой.

Важной особенностью раздела 2.1 является то, что мы использовали экспериментальные данные об условиях расплескивания жидкости при падении серии капель с заданным временным интервалом $1/f$. Это позволило включить в анализ такой важный для понимания механизмов функционирования вакуумной дуги параметр, как время дугового цикла T_{cs} . Эта величина, которая в нашем анализе отождествляется с интервалом падения капель $T_{cs} = 1/f$, определяет характерное время воспроизводства микронеоднородностей на катоде за счет образования струй жидкого металла. Электрический взрыв таких микронеоднородностей обеспечивает горение вакуумной дуги [2, 3]. При допороговых токах, $I < I_c$, микроструй не образуются и, следовательно, происходит самопроизвольное погасание разряда.

2.2 Анализ данных по горению вакуумной дуги для различных материалов

В настоящем разделе, с использованием аналогии между столкновением капли с твердой поверхностью и кратерообразованием в катодном пятне будут проанализированы данные по горению вакуумного дугового разряда при околопороговых токах для разных материалов катода (W, Au, Cu, Mo). Мы будем использовать различные критерии расплескивания жидкости при столкновении капли с плоской твердой поверхностью, полученные в результате обработки многочисленных экспериментальных исследований.

2.2.1 Условия расплескивания жидкости

В разделе 1.2 был проведен обзор исследований, касающихся нахождения границы, разделяющей два основных режима движения жидкости при столкновении капли с поверхностью: с образованием вторичных капель и струй, реализующийся при большой скорости капли, и без расплескивания жидкости, когда капля движется относительно медленно. Они называются соответственно режимом растекания и режимом расплескивания. Границу между этими режимами обычно записывается в терминах чисел Вебера We и Рейнольдса Re (1.3) в виде (1.5):

$$K = We^\alpha Re^\beta \geq K_s. \quad (2.9)$$

Поскольку в интересующей нас ситуации жидкость (расплавленный металл) исходно находится на поверхности катода, то применительно к анализу динамики расплава разумно использовать критерии расплескивания, полученные для падения капли на смоченную поверхность. Такие критерии, полученные в работах [65, 67–69, 71, 72] и рассмотренные в разделе 1.2, сведены в таблицу 2.1. В ней приведены определяемые по экспериментальным данным числа α , β , K_s , а также диапазоны, в пределах которых проводились исследования: $We_{\min} < We < We_{\max}$ и $Re_{\min} < Re < Re_{\max}$. Смысл чисел α и β ясен из формулы (2.9): они являются степенями, с которыми безразмерные числа Вебера и, соответственно, Рейнольдса входят в критерий расплескивания. Отношение этих степеней характеризует роль в образовании вторичных капель и струй поверхностного натяжения и вязкости жидкости. Видно, что в критерии из некоторых работ ([67, 68]) входит только число Вебера, то есть $\beta = 0$. Это говорит в пользу возможности пренебрежения влиянием вязкости в процессе расплескивания жидкости (2.9). Однако, в ряде других работ [65, 69, 71, 72] в критериях расплескивания имелась слабая (α значительно меньше β) зависимость от числа Рейнольдса, т.е. от вязкости жидкости.

Числа Вебера и Рейнольдса, как следует из определения (1.3), зависят от физических свойств жидкости — вязкости ν , плотности ρ и поверхностного натяжения σ — а также характерного размера капли D и характерной скорости столкновения U . В гидродинамических работах вариация свойств достигалась использованием различных жидкостей, а динамические характеристики — размер и скорость капли — изменением параметров экспериментальной установки. Предварительные оценки, сделанные для медного катода [5, 6] при околопороговых условиях, показали, что числа Вебера и Рейнольдса попадают в исследованные в гидродинамике диапазоны. Это дает основание применять принцип гидродинамического подобия и сопоставлять процессы в катодном пятне вакуумного дугового разряда, и процессы,

Refs.	α	β	K_c	We_{\min}	We_{\max}	Re_{\min}	Re_{\max}
[71]	0.817	0.366	1320	-	-	-	-
[69]	0.8	0.4	2100	28	890	96	2600
[68]	0.5	0	20	127	1420	988	14000
[65]	0.8	0.4	2100	200	1600	100	18000
[72]	0.8	0.4	2074	-	-	-	-
[67]	1	0	410-460	377	2010	505	1695

Таблица 2.1: Критерии расплескивания, найденные различными исследователями.

происходящие при падении капли на поверхность, несмотря на значительные различия как в их природе, так и в пространственно-временных масштабах.

2.2.2 Параметры динамики жидкости в катодном пятне вакуумной дуги

Для сопоставления процессов, проходящих в катодном пятне вакуумной дуги и при расплескивании жидкости при столкновении капли с твердой преградой, необходимо определить числа Вебера и Рейнольдса для расплавленного металла при околопороговых токах. Из общих соображения можно предположить, что, поскольку физические свойства металлов в жидком агрегатном состоянии (а именно, значения их плотности ρ , вязкости ν , коэффициента поверхностного натяжения σ) и параметры вакуумного дугового разряда (степень ионной эрозии γ_i , скорость ионов u_i , пороговый ток I_c , размер кратера D_0) не отличаются на порядки для разных металлов, то и числа Вебера и Рейнольдса будут сравнимы. В работе [113], применительно к медному катоду, было показано, что числа Вебера и Рейнольдса попадают в приграничную область, разделяющую режимы растекания и расплескивания жидкости. Тогда можно ожидать, что и для других материалов катода, обычно используемых в экспериментальных исследованиях (см. обзорные работы [3,4,115]), порог расплескивания жидкости будет реализовываться при околопороговых токах дуги.

Итак, определим безразмерные гидродинамические числа, соответствующие процессу вытеснения расплавленного металла из кратеров на катодах из вольфрама W, золота Au, меди Cu и молибдена Mo. Будем использовать методику, предложенную в [6]. Предположим, что жидкий металл, расплавленный джоулевым разогревом, а также потоком тепла из плазмы, заполняет полусферическую полость на поверхности катода — микрократер — диаметром D_0 . Динамическое воздействие плазмы на поверхность жидкости может быть

охарактеризована импульсом p , получаемым жидкостью в течение времени дугового цикла T :

$$p \approx s I u_i \gamma_i T.$$

Здесь введен дополнительный коэффициент s , характеризующий направление расширения плазмы. Существует два предельных случая: если плазма расширяется анизотропно, перпендикулярно поверхности катода, будет $s = 1$; если же ее расширение направлено изотропно в полупространство над катодом, то будет $s = 0.5$. Таким образом, величина s лежит в диапазоне $0.5 < s < 1$. Для оценок мы будем использовать промежуточное значение коэффициента $s = 0.8$. Поскольку нас интересуют пороговые условия для расплескивания жидкого металла, необходимо положить значение силы тока равным пороговому: $I = I_c$. Тогда характерную скорость движения расплавленного металла можно оценить, поделив его импульс на общую массу жидкости в кратере:

$$U \approx \frac{12p}{\pi \rho D_0^3}. \quad (2.10)$$

Поскольку мы собираемся сравнивать поведение жидкости при столкновении капли с твердой поверхностью и при вытеснении расплавленного металла из микрократера, естественно сопоставить расплав, заполняющий полусферический кратер, и сферическую каплю диаметром

$$D = 2^{-1/3} D_0.$$

Такая связь между размерами следует из условия равенства соответствующих объемов.

Для определения чисел Вебера и Рейнольдса необходимо знать значительное число параметров горения вакуумной дуги (пороговый ток I_c , удельная эрозия γ_i , скорость ионов u_i), а также физических параметров металлов катода (плотность ρ , вязкость η , поверхностное натяжение σ). Большинство из них легко найти в литературе: скорость ионов, ионная эрозия и плотность жидкого металла брались из обзора [4], а пороговые токи из [2]. Коэффициент поверхностного натяжения и кинематическая вязкость могут быть найдены в [114, 116, 117]. Однако, имеется недостаток данных касательно размеров образующихся кратеров. Как упоминалось в разделе 1.1, Дж. Даалдер [47] определил размеры кратеров для медного катода в диапазоне токов 4 – 230 А; оказалось, что для порогового тока наиболее вероятный диаметр кратера составляет ~ 4 мкм. Аналогичные исследования для вольфрамового и кадмиевого

катодов были проведены позже [32, 40, 48]; характерные диаметр кратера для них также примерно равен 4 мкм. На основании этого будем считать в наших оценках диаметр кратера равным 4 мкм для всех исследуемых материалов.

Metal	$u_i,$ 10^4 (м/с)	$\gamma_i,$ 10^{-6} (г/Кл)	$\rho,$ (кг/м ³)	$I_c,$ (А)	$\sigma,$ (Н/М)	$\eta,$ (мПа·с)	$U,$ (м/с)	We	Re
Cu	1.28	40	8000	1.6	1.37	4.34	147	399	858
W	1.05	62	17000	1.6	2.32	6	88	179	789
Au	0.58	121	17400	1.4	1.13	5.38	81	319	828
Mo	1.74	47	10200	1.5	2.23	5.6	172	431	996

Таблица 2.2: Параметры, определяющие динамику жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

В таблице 2.2 сведены параметры разных расплавленных металлов (ρ , σ , η), параметры катодного пятна (u_i , γ_i , I_c), сделанные по формуле (2.10) оценки для скорости жидкого металла (U) и, наконец, найденные значения чисел Вебера и Рейнольдса. Сравнивая полученные значения We и Re с диапазонами, исследованными в экспериментальных работах по столкновению капель со смоченной поверхностью и приведенными в таблице 2.1, можно заключить, что, несмотря на различие в природе процессов в катодном пятне и при столкновении капли с поверхностью, а также в разности пространственно-временных масштабов процессов, числа Вебера и Рейнольдса для расплавленного металла попадают в хорошо исследованный диапазон в гидродинамике. Это говорит в пользу возможности использования принципа гидродинамического подобия и позволяет сделать выводы относительно пороговых условий горения вакуумной дуги, основываясь на аналогии с явлением падения капель на поверхность.

Основной результат этого раздела представлен на рисунке 2.2. На параметрической плоскости чисел We и Re приведены границы растекания и расплескивания по данным различных работ (см. таблицу 2.1) и наши оценки для We и Re для расплавленных металлов (W, Cu, Au, Mo) в катодном пятне вакуумной дуги при пороговых токах. Можно увидеть, что оцененные значения гидродинамических чисел занимают компактную область на параметрической плоскости. Более того, они лежат в околоскритической области, разделяющей режим растекания (то есть без образования всплесков) и режим расплескивания (то есть с образованием вторичных капель и струй). Отметим, что разброс значений чисел We и Re для различных металлов оказывается сравнимым с разбросом данных об условиях расплескивания

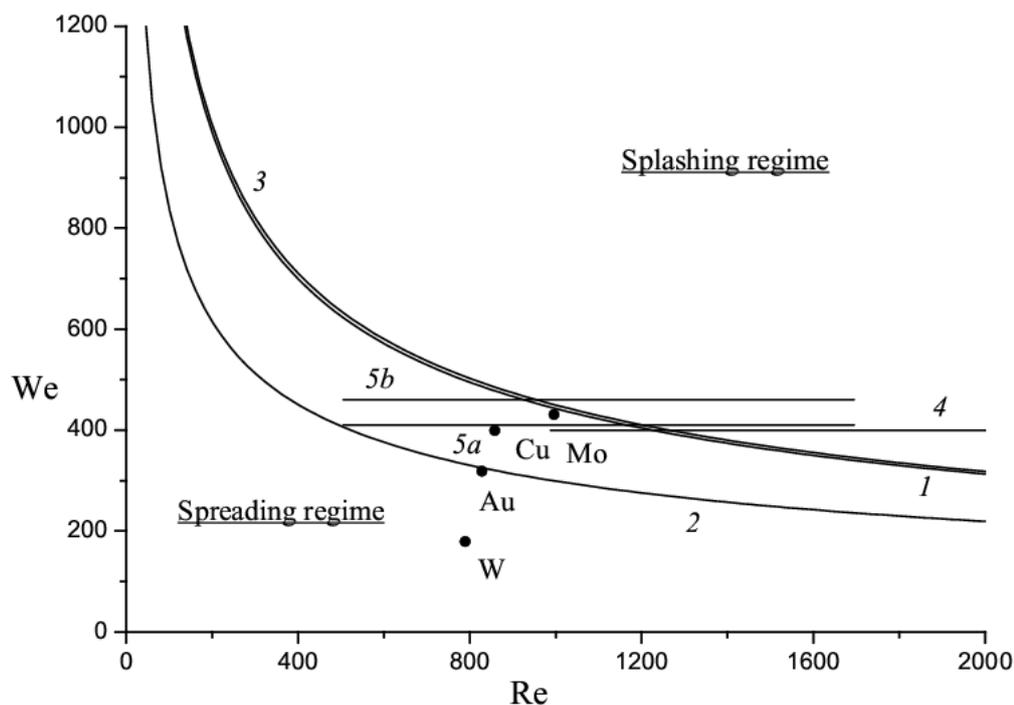


Рисунок 2.2: Кривыми 1-5 обозначены границы между режимами растекания и расплескивания жидкости, полученные различными авторами [67–69, 71, 72], соответственно; точки соответствуют нашим оценкам чисел Вебера We и Рейнольдса Re для динамики жидкого металла в вакуумной дуге для различных материалов катода при пороговых токах.

из различных источников. Это позволяет заключить, что минимальные токи горения вакуумной дуги (I_c) соответствуют пороговым условиям для формирования струй. При меньших токах и, следовательно, меньших числах We и Re образование струй становится невозможным и, следовательно, микроструи, ответственные за инициирование взрывной электронной эмиссии, не могут развиваться. В таком случае, произойдет спонтанное погасание вакуумного дугового разряда. Напротив, при больших токах, мы попадаем в область расплескивания жидкости на параметрической плоскости, что обеспечивает регенерацию микроострий.

2.2.3 Замечания к разделу 2.2

Существует два основных параметра, определяющих процесс вытеснения расплавленного металла из формирующихся кратеров: диаметр кратера D_0 и оказываемое на свободную поверхность жидкости давление катодной плазмы P . Из общих соображений понятно, что в случае относительно низкого давления вытеснение расплавленного металла приведет к его растеканию по поверхности катода. Напротив, в случае высокого давления, этот процесс при-

ведет к формированию струй и капелек, то есть к расплескиванию жидкости. Следовательно, существует пороговое значение давления (зависящее от D_0 и от свойств жидкости), разделяющее эти два режима. Согласно эктонной модели катодного пятна [2, 4], электрический взрыв жидкометаллических струй играет ключевую роль в самоподдержании вакуумного дугового разряда. Поэтому поиск пороговых условий формирования струй является фундаментальной задачей теории вакуумных дуг. В настоящем разделе, используя эмпирические данные по поведению капель жидкости, соответствующие пороговым условиям, были построены в терминах чисел Вебера и Рейнольдса (они зависят от P и D_0). Было получено, что для разных материалов катода, часто используемых в лабораторных экспериментах по вакуумной дуге, параметры динамики расплавленного металла для пороговых токов близки к порогу расплескивания. Это указывает на значительную роль гидродинамических процессов в функционировании вакуумного дугового разряда.

2.3 Условие расплескивания расплава

2.3.1 Вывод условия расплескивания расплава

В данном разделе будет выведено условие, при котором будет происходить расплескивание жидкого металла под локальным внешним воздействием (давлением плазмы катодного пятна). Пусть внешнее воздействие плазмы на поверхность расплавленного металла характеризуется временем воздействия T (длительностью дугового цикла), характерным пространственным масштабом D (диаметр кратера) и скоростью вдавливания границы вглубь жидкости U в результате этого воздействия. Помимо скорости U , в задаче можно ввести еще одну скорость, характеризующую процесс распространения энергии и импульса в жидкости со свободной поверхностью. Роль этой скорости играет групповая скорость поверхностных волн U_g , задаваемая выражением:

$$U_g(k) \equiv \frac{\partial \omega(k)}{\partial k}, \quad (2.11)$$

где $\omega = \omega(k)$ – дисперсионное соотношение, характеризующее зависимость частоты поверхностных волн ω от волнового числа k .

Естественно предположить, что если U и U_g сравнимы по величине, т.е. в ситуации, когда воздействие на поверхность жидкости – относительно слабое, то капиллярные волны заведомо будут успевать унести импульс и энергию на периферию. В этом случае расплескивание жидкости происходить не будет. Напротив, в случае

$$U \gg U_g$$

энергия и импульс не успевают рассеяться, что неизбежно приведет к формированию особенностей в профиле поверхности волны, что можно интерпретировать как расплескивание жидкого металла. Тогда можно записать следующий простой критерий расплескивания при локальном воздействии давления на жидкость:

$$U \geq U_c = aU_g, \quad (2.12)$$

где U_c – пороговое значение скорости, при превышении которой становится возможным формирование струй и капель, а $a > 1$ – некий коэффициент. Таким образом, в рамках обсуждаемой модели, критерием расплескивания будет значительное превышение (а именно, в a раз) скоростью вытеснения жидкости из кратера U групповой скорости поверхностных волн U_g .

Оценим значение числа a . Для этого в первую очередь найдем групповую скорость жидкости. В нулевом приближении будем считать жидкость невязкой и несжимаемой; однако, по аналогии с [73], будем учитывать конечность вязкости ν косвенным образом — через глубину слоя жидкости. Будем считать, что вне кратера имеется тонкий остаточный слой жидкости глубиной

$$h \approx \sqrt{\frac{\nu}{f}} = \sqrt{\nu T}, \quad (2.13)$$

сформированный на предыдущих стадиях процесса. Для расплавленной меди при $T = 30$ нс это дает вполне разумную оценку в $h \approx 0.13$ мкм.

Для нахождения групповой скорости воспользуемся ее определением (2.11). Зависимость частоты ω от волнового числа k задается хорошо известным дисперсионным соотношением [118] для капиллярных волн, распространяющихся на тонком слое жидкости:

$$\omega^2 = \frac{\sigma h}{\rho} k^4. \quad (2.14)$$

Тогда для групповой скорости (2.11) получим следующее соотношение:

$$U_g = 2(\sigma h/\rho)^{1/2}k = 4\pi(\sigma h/\rho)^{1/2}\lambda^{-1}, \quad (2.15)$$

где λ – характерная длина волны. Применительно к нашей задаче естественно положить ее равной расстоянию, на которое жидкость перемещается за время дугового цикла:

$$\lambda = UT = U/f. \quad (2.16)$$

Тогда, подставив в (2.15) выражения для λ (2.16) и для h (2.13), получим для групповой скорости:

$$U_g = 4\pi \frac{\sigma^{1/2}\nu^{1/4}f^{3/4}}{\rho^{1/2}U}. \quad (2.17)$$

Далее, подставим полученное выражение для групповой скорости (2.17) в исходный критерий расплескивания (2.12). В итоге для критической скорости U_c получим следующее выражение:

$$U_c = \sqrt{4\pi a} \frac{\sigma^{1/4}\nu^{1/8}}{\rho^{1/4}T^{3/8}}. \quad (2.18)$$

Заметим, что оно содержит зависимости от параметров жидкого металла – поверхностного натяжения σ , вязкости ν , плотности ρ , а также времени дугового цикла T , но не содержит характерного размера занимаемой жидкостью области D . Формула (2.18) примечательна еще и тем, что она с точностью до постоянного множителя совпадает с выражением (1.23), полученным в [73]. Если записать (2.18) в терминах гидродинамических чисел Ca и λ_ν , то критерий расплескивания (2.18) примет уже знакомый вид (1.22):

$$Ca \geq \tilde{C}\lambda_\nu^{-3/4}, \quad \tilde{C} = \sqrt{4\pi a}. \quad (2.19)$$

Это позволяет для определения коэффициента a , входящего в сформулированный критерий расплескивания, использовать экспериментальные данные из работы [73] по периодическому столкновению капли с поверхностью. Согласно этой работе, будет $\tilde{C} = C = 16.9 - 18.1$, откуда находим, что a лежит в диапазоне 23 – 26.

2.3.2 Применения критерия к анализу расплескивания жидкого металла

Проанализируем полученный критерий (2.18) применительно к динамике жидкого металла на поверхности вольфрамового катода при горении вакуумного дугового разряда. Параметры расплавленного вольфрама и вакуумной дуги возьмем из раздела 2.1.2. Согласно проведенным в разделе 2.1.2 оценкам (2.7), скорость жидкого металла при околопороговых токах в вакуумной дуге оценивается как $U_{cs} \approx 122 - 173$ м/с. Для определенности возьмем верхнее значение $U_{cs} \approx 173$ м/с, посчитанное при силе тока $I = 3.2$ А. С другой стороны, критическая скорость жидкости, рассчитанная исходя из полученного критерия (2.18) при тех же условиях, равна $U_c \approx 323$ м/с при $\tilde{C} = 16.9$. Таким образом, скорость движения жидкости U_c , рассчитанная исходя из критерия (2.18) и основанная на данных гидродинамических экспериментальной работы [73], превышает оценку U_{cs} , основанную на экспериментальных данных по функционированию катодного пятна вакуумной дуги. По нашему мнению, подобное отличие обусловлено тем, что использованное значение $\tilde{C} = 16.9 - 18.1$ соответствует идеальным условиям: в работе [73] капли падали в одну и ту же точку гладкой поверхности с контролируемой частотой. В условиях же вакуумного дугового разряда следует ожидать уменьшения порогового значения скорости из-за наличия шероховатостей поверхности, сопоставимых с толщиной слоя жидкости, а также вследствие нарушения осевой симметрии задачи. Очевидно, что эти факторы усиливают тенденцию к формированию струй.

Точное равенство между U_{cs} и U_c достигается при

$$\tilde{C} \approx 12.4,$$

что соответствует $a \approx 12.2$. Именно этот параметр можно использовать в нашей модели для задачи описания движения жидкого металла в катодных пятнах вакуумной дуги, считая, что он учитывает отличие геометрии катода от плоской, а также отличие симметрии движения жидкости от осевой. Однако стоит отметить, что, так как скорость движения жидкого металла в катодном пятне прямо пропорциональна силе протекающего через него тока $U_{cs} \propto I$, то оцененное значение $\tilde{C} \approx 12.4$ для тока 3.2 А соответствует верхней оценке числа \tilde{C} . Для пороговых условий горения вакуумной дуги, то есть при минимальном токе в 1.6 А, следу-

ет использовать нижнюю оценку скорости движения расплава (2.7) $U_{cs} = 122$ м/с, а тогда $\tilde{C} \approx 9,9$, или $a \approx 7.9$.

Следует добавить, что наши оценки весьма чувствительны к выбору таких параметров, как продолжительность дугового цикла T и диаметр кратера D_0 . Например, если размер кратера положить равным 3 мкм, что чуть меньше рассмотренного ранее значения в 4 мкм, то скорость жидкости окажется приблизительно равной U_c : $U_0 \approx 225$ м/с. Это еще раз указывает на качественный характер проводимого анализа динамики расплавленного металла.

2.3.3 Анализ критерия расплескивания

Понятно, что в общем случае динамику расплескивания жидкости при периодическом падении капель на преграду будут определять два временных масштаба: временной интервал между падениями $1/f$ и масштаб D/U . Переход к рассмотрению падения отдельной капли можно осуществить, полагая, что эти временные масштабы сопоставимы, а именно

$$1/f \approx D/U.$$

Так, формально полагая $1/f = D/U$, получим из (2.18) критерий расплескивания в терминах чисел Вебера и Рейнольдса (1.3):

$$K = We^{1/2} Re^{1/4} \geq K_c, \quad (2.20)$$

где K – безразмерный параметр расплескивания, $K_c = \tilde{C}^2$ – его критическое значение.

Заметим, что такой же вид (2.20) имеет результат численно-аналитического исследования формирования струй при столкновении капли с поверхностью (1.26) из работы [74]. Параметр расплескивания, полученный из численных расчетов, равен $K_c = 225$. Примечательно, что если положить $1/f = D/U$ в критерии (2.20) из работы [73], то получится критерий вида (2.20) с $K_c = C^2 \approx 300$. Таким образом, с поправкой на качественный характер рассмотрения, различные подходы приводят к совпадающим результатам.

В заключении раздела следует отметить, что, помимо групповой скорости, характерную скорость движения жидкости можно сравнивать со скоростью Тейлора-Калика, характеризующей возвратное движение кромки вала под действием капиллярных сил. Понятно, что

если скорость истечения жидкости из кратера меньше скорости Тейлора-Калика, то выраженного вала образовываться вокруг кратера не будет и, как следствие, не будет происходить расплескивания жидкости. В ином случае, когда скорость истечения жидкости сравнительно высока, будет образовываться вал с достаточной высотой и, соответственно, будут создаваться условия для расплескивания жидкости. Анализ критериев расплескивания жидкости, основанный на использовании скорости Тейлора-Калика и учитывающий изменение толщины вала со временем, осуществлен в нашей работе [16]. В диссертационной работе мы не будем приводить детали этого исследования, поскольку его результаты оказались в целом аналогичны результатам, основанным на анализе дисперсионного соотношения для поверхностных волн (2.14).

2.4 Выводы к главе 2

В данной главе на основе принципа гидродинамического подобия была проанализирована динамика расплава, образующегося при горении вакуумного дугового разряда. Гидродинамические процессы в катодном пятне сопоставлялись с процессами расплескивания жидкости при падении капель на твердую поверхность. Основанием для такого сопоставления является то, что, несмотря на значительную разницу в пространственно-временных масштабах (микрометры и наносекунды для дугового разряда и миллиметры и миллисекунды для падения капель), для околопороговых токов основные гидродинамические числа (числа Вебера, Рейнольдса, Онезорге, капиллярное число, длина вязкости), оцененные для расплава в катодных пятнах, попали в область, хорошо исследованную в задачах о столкновении капель с мишенью. Для последней на основании значительного объема экспериментальных данных были построены карты режимов движения жидкости и, в частности, определены условия смены режимов от растекания к расплескиванию. Анализ динамики жидкого металла для различных материалов катода (Cu, W, Au, Mo) показал, что реализующиеся в катодном пятне при близких к минимальным токам условия соответствуют пороговым условиям расплескивания — образования струй и капель. Это справедливо как для границы между режимами растекания и расплескивания для падения одиночных капель, так и для

серии капель — в последнем случае возникает возможность учитывать цикличность дуговых процессов.

Кроме того, в настоящей главе был предложен критерий формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги, основанный на сравнении скорости истечения расплава из формирующихся кратеров и групповой скорости волн на поверхности жидкости. Результаты его анализа, в целом, согласуются с результатами, основанными на экспериментальных исследованиях условий формирования струй.

Важность этих результатов обусловлена тем, что они позволяют связать наличие порога образования микроструй в ячейках катодного пятна и пороговый характер горения вакуумного дугового разряда. Согласно эктонной модели, самоподдержание дуги происходит за счет образования микроструй и микрокапель на поверхности катода при выдавливании жидкого металла из кратеров. При электрическом взрыве этих струй происходит появление новых ячеек катодного пятна и, в конечном итоге, регенерация микронеоднородностей рельефа поверхности катода.

Глава 3. Аналитическая модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда

В этой главе будет предложена аналитическая модель расплескивания жидкого металла при формировании микрократера на поверхности катода при горении вакуумной дуги. Несмотря на свою относительную простоту, она позволяет связать важнейшие параметры вакуумной дуги и характеристики образующихся микрократеров.

Вытеснение жидкого металла из формирующихся кратеров удобно разделить на две стадии. На первой стадии движение жидкости является осесимметричным; она образует по контуру кратера расширяющийся вал. На второй стадии (стадия распада вала на струи и капли) движение жидкости теряет осевую симметрию, т.е. становится трехмерным. По предварительным оценкам работы [6], за распад вала и, как следствие, расплескивание жидкого металла, ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Рэлея-Плато. Эта неустойчивость, согласно исследованиям [90, 91, 119], ответственна за формирование струй при падении капель жидкости на плоскую твердую поверхность. На аналогию между расплескиванием жидкости в катодном пятне вакуумной дуги и указанной классической гидродинамической задачей указывалось в работах [5, 113].

Как обсуждалось в разделе 1.3, в классическом случае неустойчивость Рэлея-Плато развивается в цилиндрической струе жидкости и приводит к ее разбиению на отдельные капли. Эта неустойчивость обусловлена стремлением системы к уменьшению площади свободной поверхности жидкости под действием капиллярных сил. Критерием развития неустойчивости

Релея-Плато является выражение (1.27): $\lambda > 2\pi r$, устанавливающее связь между минимальной длиной волны возмущения λ и радиусом цилиндра r .

Для идеальной жидкости с плотностью ρ и коэффициентом поверхностного натяжения σ эволюция границы жидкости описывается дисперсионным соотношением (1.32) (см. страницу 46). Из этого выражения видно, что неустойчивость возможна только при $kr < 1$, т.е. при выполнении условия (1.27). В этом случае частота становится мнимой, что соответствует апериодической неустойчивости границы (амплитуда ее возмущения экспоненциально нарастает). Инкремент неустойчивости $\text{Im } \omega$ максимален для доминантной моды $k_d \approx 0.697r^{-1}$; он определяется соотношением:

$$(\text{Im } \omega)_{\max} \approx 0.34 \left(\frac{\rho r^3}{\sigma} \right)^{-1/2}.$$

Как следствие, неустойчивость будет развиваться за время

$$t_d = \frac{1}{(\text{Im } \omega)_{\max}} = s_1 \left(\frac{\rho r^3}{\sigma} \right)^{1/2}, \quad s_1 \approx 2.91. \quad (3.1)$$

Длина волны для доминантной моды задается формулой:

$$\lambda_d = \frac{2\pi}{k_d} = s_2 r, \quad s_2 \approx 9.02. \quad (3.2)$$

В развиваемой в настоящей главе модели мы будем использовать соотношения (3.1) и (3.2) при рассмотрении динамики распада тороидальной кромки жидкометаллического вала. В рамках модели будут сформулированы критерии формирования струй, в частности, определены пороговые для этого процесса значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока. Получаемые оценки для количества струй, их скорости, времени образования хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

3.1 Основные положения модели

Будем считать, что формирующийся кратер представляет собой изначально заполненное расплавленным металлом углубление в поверхности катода (см. рисунок 3.1). Положим

для простоты, что кратер имеет форму усеченной сферы с радиусом сечения R_0 и глубиной h . Угол между плоскостью катода и касательной к поверхности кратера на его границе обозначим как α . Тогда радиус сферы равняется $R_0/\sin \alpha$, а глубина кратера есть $h = R_0(1 - \cos \alpha)/\sin \alpha$. Объем заполняющей кратер жидкости определяется выражением:

$$V = \pi h^2 \left(\frac{R_0}{\sin \alpha} - \frac{h}{3} \right).$$

Его удобно записать в виде:

$$V = \kappa(\alpha) R_0^3, \quad \kappa(\alpha) = \pi \frac{(1 - \cos \alpha)^2 (2 + \cos \alpha)}{3 \sin^3 \alpha}. \quad (3.3)$$

Будем считать, что при вытеснении жидкости из кратера она движется под углом α к плоскости катода, то есть по касательной к поверхности кратера. Ниже при получении оценок для параметров движения жидкости мы положим $\alpha = 30^\circ$. Подобный выбор обусловлен данными исследования Дж. Даалдера [52] по капельной эрозии катода установлено, что основной поток микрокапель из катодного пятна приходится на углы $\leq 30^\circ$.

Положим, что истекающая из кратера под углом α жидкость образует тонкий конический слой жидкости (с углом раствора конуса 2α), начинающийся от границы кратера и заканчивающийся тороидальным утолщением, как показано на рисунке 3.1. Появление подобного утолщения связано с влиянием капиллярных сил, которые, с одной стороны, вдавливают кромку жидкости в сторону, обратную направлению ее движения, и, с другой стороны, скругляют ее (см., например, [73, 91]). Появление подобного образования наблюдалось и при прямом численном моделировании процесса вытеснения жидкости из формирующегося кратера [107]. Основным приближением развиваемой модели будет предположение о том, что толщина остающегося в кратере слоя жидкости и толщина конической части вала пренебрежимо малы, а вся масса жидкости сосредоточена на кромке вала в тороидальном утолщении.

Геометрия тора определяется двумя масштабами: L – расстояние от оси симметрии до вершины вала, r – радиус скругления тороидальной кромки вала. Объем тора $V = 2\pi^2 Lr^2$, исходя из сохранения массы жидкости, совпадает с объемом жидкости, изначально заполняющим кратер (в модели не учитываются процессы плавления и затвердевания): $2\pi^2 Lr^2 =$

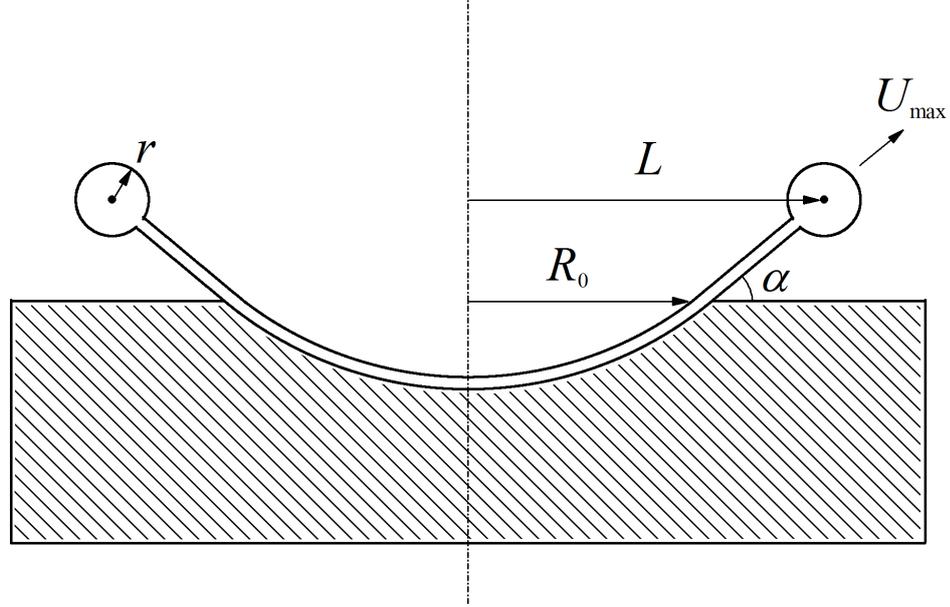


Рисунок 3.1: Схематически изображена геометрия задачи.

$\kappa(\alpha)R_0^3$. Из этого соотношения определим радиус r :

$$r = \sqrt{\frac{\kappa R_0^3}{2\pi^2 L}}. \quad (3.4)$$

Поверхность тора при достаточно большом L становится близкой к цилиндрической и, соответственно, при исследовании неустойчивости жидкого тора возникает возможность использовать классические результаты для неустойчивости Релея-Плато жидкого цилиндра. Как следствие, можно будет описать процессы, приводящие к нарушению осевой симметрии задачи и ответственные за начальные стадии формирования струй жидкого металла.

Обсудим теперь динамику жидкого металла. Будем считать, что в момент времени $t = 0$ поверхность жидкости была плоской. Затем, под воздействием давления плазмы к моменту $t = \tau$ металл полностью вытесняется из кратера, достигая при этом максимальной скорости U_{\max} . Будем полагать, что за пределами кратера движение жидкости является инерциальным и происходит с неизменной скоростью U_{\max} . В этой ситуации можно считать, что геометрия вала при $t > \tau$ меняется согласно простой формуле:

$$L = R_0 + U_{\max}(t - \tau) \cos \alpha, \quad (3.5)$$

учитывающей наклон потока жидкости к плоскости катода. Тогда расстояние от вала до оси симметрии будет расти линейно со временем, а радиус скругления тороидальной кромки вала будет уменьшаться в результате растяжения вала при его радиальном движении (3.4).

Понятно, что рассматриваемая модель будет переоценивать радиус скругления вала r , так что получаемые оценки времени его распада будут завышены (согласно (3.1) время распада растет с ростом радиуса вала как $r^{3/2}$). Однако, по нашему мнению, построенная на описанных принципах модель, не претендуя на количественное согласие с данными экспериментов, будет отражать основные закономерности процесса вытеснения и расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги.

3.2 Скорость вытеснения жидкого металла

Определим скорость вытеснения жидкости из формирующегося кратера. Пусть P – давление катодной плазмы. Будем для простоты считать, что над кратером давление постоянно ($P = P_0$), а за пределами кратера, оно равно нулю ($P = 0$).

Ранее (см. раздел 2.1.2) скорость движения жидкого металла оценивалась для полусферической геометрии кратера. Однако, поскольку сейчас мы рассматриваем более сложную геометрию системы, требуется получить динамическую оценку скорости U_d с учетом параметра α . Примем во внимание, что действующая на жидкость сила может быть найдена как произведение давления P_0 на площадь кратера: $\pi R_0^2 P_0$. Тогда импульс, приобретаемый жидкостью за время t , оценивается как $\pi R_0^2 P_0 t$. Разделив его на массу $\kappa R_0^3 \rho$ всей жидкости, получим для скорости:

$$U_d \approx \frac{\pi P_0 t}{\kappa R_0 \rho},$$

т.е. скорость линейно растет со временем. Важно, что эта формула применима лишь в ситуации, когда жидкость находится в кратере. Если жидкость уже вытеснена из кратера, то она попадает в область, где $P = 0$, и ее движение будет инерциальным. Это произойдет в момент времени

$$t = \tau = R_0 \sqrt{\frac{2\kappa\rho}{\pi P_0}}, \quad (3.6)$$

определяемый из условия $\int_0^\tau U_d dt = R_0$. К моменту τ скорость достигает следующего максимального значения:

$$U_{\max} = U_d(\tau) = \frac{2R_0}{\tau} = \sqrt{\frac{2\pi P_0}{\kappa\rho}}. \quad (3.7)$$

Максимальная скорость линейно связана со статической оценкой (1.1) (см. стр. 25): $U_{\max} = \sqrt{\pi/\kappa} U_s$. Отметим, что при $\alpha = 30^\circ$ будет $U_{\max} \approx 2.7U_s$, т.е. различие между этими оценками оказывается весьма существенным, в отличие от $U_{cs} = 1.22U_s$ (см. страницу 61). Это связано с тем, что только динамическая оценка учитывает массу вытесняемой жидкости: чем меньше угол α и, следовательно, масса, тем будет больше скорость истечения жидкости из кратера.

Давление, оказываемое на жидкость со стороны плазмы, и согласно (3.7) определяющее ее скорость, можно оценить из следующих соображений. В работе [45] была обнаружена линейная связь между силой отдачи, действующей на катод, и током разряда. Действительно, силу можно оценить по передаваемому от плазмы за единицу времени импульсу как $Iu_i\gamma_i/2$. Здесь u_i – скорость ионов, γ_i – удельная ионная эрозия (уносимая на единицу заряда масса), а равный $1/2$ коэффициент возникает при выделении нормальной к плоскости катода компоненты импульса в предположении об изотропном разлете плазмы в полупространство над катодом. Полагая, что ток I протекает через рассматриваемый формирующийся кратер, а сила, соответственно, приложена к площадке радиусом R_0 , найдем искомое давление, разделив силу на равную πR_0^2 площадь:

$$P_0 = \frac{Iu_i\gamma_i}{2\pi R_0^2}. \quad (3.8)$$

Эта формула связывает важный для рассмотрения гидродинамических процессов параметр P_0 с параметрами плазмы.

3.3 Характерное время расплескивания

Рассмотрим детально процесс вытеснения жидкости из кратера. Его, как указывалось в [6], можно разбить на два этапа. На первом этапе вокруг кратера формируется узкий

жидкометаллический вал. На втором этапе вал распадается на струи и капли. Оценим общее время, требуемое для расплескивания жидкости.

Понятно, что геометрия вала существенно меняется со временем. Согласно (3.5), расстояние до оси симметрии L монотонно растет. В силу осевой симметрии задачи длина замкнутого в кольцо вала ($2\pi L$) будет увеличиваться, а, следовательно, радиус r – уменьшаться (3.4). Исключая из выражений (3.4) и (3.5) величину L и разрешая получающееся выражение относительно t , приходим к следующей оценке для времени формирования вала t_1 с радиусом закругления кромки r (значение этого радиуса будет определено ниже):

$$t_1 = c_0\tau + c_1\tau\left(\frac{r}{R_0}\right)^{-2}, \quad (3.9)$$

где мы для удобства ввели обозначения:

$$c_0 = 1 - \frac{1}{2\cos\alpha}, \quad c_1 = \frac{\kappa}{4\pi^2\cos\alpha}.$$

Далее, будем считать, что с момента $t = t_1$ начинается следующая стадия процесса (стадия распада вала), на которой задача теряет осевую симметрию. Поскольку при достаточно малом отношении r/L поверхность жидкости близка к цилиндрической, мы можем воспользоваться формулами (3.1) и (3.2) для неустойчивости Релея-Плато жидкого цилиндра. Согласно (3.2) на момент $t = t_1$ наиболее быстро будет развиваться неустойчивость с длиной волны $\lambda_d = s_2r$. Понятно, что, поскольку цилиндр в нашем случае замкнут в тор, то длина волны не может быть произвольной: на длине тора должно укладываться целое число длин волн. Однако, если отношение $2\pi L/\lambda_d$ достаточно велико (ниже мы покажем, что это условие выполняется), то можно не делать поправку на это обстоятельство и полагать, что длина соответствующей волны близка к λ_d .

Если бы геометрия вала была фиксированной, то время развития неустойчивости Релея-Плато, т.е. время распада вала на струи, определялось бы формулой (3.1). Анализ, однако, затрудняется тем, что длина волны доминантной моды неустойчивости λ_d меняется с изменением радиуса вала, и, соответственно, меняется пространственный спектр неустойчивых гармоник (в разные моменты времени наибольшие инкременты соответствуют волновым гармоникам с различными номерами). Это вопрос подробно рассматривался в работе [6]. В на-

стоящей главе мы ограничимся оценками для времени распада, относящимися к геометрии вала на момент $t = t_1$. Понятно, что получаемые тогда значения времени распада вала будут несколько завышенными, что, однако, не способно повлиять на основные выводы, следующие из развиваемой модели.

Итак, воспользуемся оценкой (3.1) для времени развития неустойчивости Рэлея-Плато цилиндра с фиксированным радиусом r (в разделе 3.7 мы дадим также оценки для времени развития неустойчивости Рэлея-Тейлора). Получим для времени распада вала (t_2):

$$t_2 = c_2 \tau \left(\frac{r}{R_0} \right)^{3/2}, \quad c_2 = s_1 \frac{\text{We}^{1/2}}{2},$$

где мы ввели число Вебера (1.3), характеризующее относительный вклад сил инерции и капиллярных сил:

$$\text{We} = \frac{\rho U_{\max}^2 R_0}{\sigma}.$$

Общее время расплескивания T складывается из времен двух рассмотренных выше стадий:

$$T = t_1 + t_2 = \tau \left[c_0 + c_1 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-2} + c_2 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{3/2} \right]. \quad (3.10)$$

Видно, что зависимость T от радиуса скругления вала r носит немонотонный характер. При $r \rightarrow 0$ будет $T \rightarrow \infty$, что связано с формально бесконечным временем формирования вала ($t_1 \rightarrow \infty$), а при $r \rightarrow \infty$ получим $T \rightarrow \infty$ вследствие формально бесконечного времени его распада ($t_2 \rightarrow \infty$). В промежутке между этими особенностями зависимость T от r имеет минимум, приходящийся на

$$r = r_0 = R_0 \left(\frac{4c_1}{3c_2} \right)^{2/7} = \frac{R_0}{\text{We}^{1/7}} \left(\frac{2\kappa}{3\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7}. \quad (3.11)$$

Соответствующее минимальное значение времени T есть

$$T = T_0 = \tau \left[c_0 + \frac{7}{2^{8/7} 3^{3/7}} c_1^{3/7} c_2^{4/7} \right] = \tau \left[1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + 7 \left(\frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} \right]. \quad (3.12)$$

Именно это значение следует использовать в качестве оценки для характерного времени расплескивания жидкого металла. Поясним этот вывод, записав выражение (3.10) в терминах

длины волны доминантной гармоники λ_d :

$$T = \tau \left[c_0 + c_1 \left(\frac{\lambda_d}{s_2 R_0} \right)^{-2} + c_2 \left(\frac{\lambda_d}{s_2 R_0} \right)^{3/2} \right].$$

Использование формулы (3.12) соответствует тому, что мы выбираем длину волны неустойчивости $\lambda_d = \lambda_0 \equiv s_2 r_0$, обеспечивающую наименьшее время $T = T_0$ формирования струй при вытеснении жидкого металла из формирующегося кратера.

Формулы, определяющие длительности двух выделенных нами стадий расплескивания для наиболее быстрой гармоники с $\lambda_d = \lambda_0$, принимают вид:

$$t_1 = \tau \left[1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + \left(\frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} \right], \quad (3.13)$$

$$t_2 = \tau \left(\frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^4 \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7}. \quad (3.14)$$

Расстояние, на которое перемещается жидкий металл за время T_0 есть

$$L(T_0) = 7 \left(\frac{\kappa^3 s_1^4 \cos^4 \alpha}{3^3 2^{11} \pi^6} \right)^{1/7} \text{We}^{2/7} R_0. \quad (3.15)$$

Обратим внимание, что согласно формулам (3.12) и (3.15) отношения характерных времен T_0/τ и масштабов $L(T_0)/R_0$ весьма слабо зависят от управляющего параметра We . Действительно, в соответствующие выражения (3.12) и (3.15) этот параметр входит как $\text{We}^{2/7}$. При увеличении числа Вебера, к примеру, в два раза (это может быть связано с двукратным ростом давления) величина $\text{We}^{2/7}$ увеличится лишь в 1.2 раза. Как следствие, частные T_0/τ и $L(T_0)/R_0$ изменятся лишь незначительно.

В следующем разделе мы оценим пороговое значение числа Вебера, превышение которого необходимо для расплескивания. При меньших значениях We описанная качественная модель формирования и распада жидкометаллического вала не работает, и, следовательно, полученные оценки для времен T , t_1 и t_2 будут неверны.

3.4 Условие расплескивания жидкого металла

Полученные выше оценки основаны на предположении, что скорость жидкости при ее инерциальном движении постоянна и равна U_{\max} . Однако, необходимо принять во внимание, что инерциальное движение жидкости будет тормозиться капиллярными силами, стремящимися вернуть поверхность в исходное плоское состояние. Наличие этих сил связано с тем, что в процессе развития вала площадь его поверхности быстро растет со временем и, следовательно, увеличивается поверхностная энергия. Условие, при котором капиллярные силы не остановят рост вала, можно получить, сравнивая кинетическую и потенциальную энергии системы. При инерциальном движении жидкости можно считать, что механическая энергия системы сохраняется, т.е. прирост потенциальной (поверхностной) энергии происходит за счет уменьшения кинетической энергии:

$$\Delta E_{\text{pot}} = -\Delta E_{\text{kin}}.$$

В рамках нашей модели, для которой вся масса сосредоточена в верхней тороидальной части вала, исходная кинетическая энергия жидкости оценивается как

$$E_{\text{kin}} = \frac{\rho \kappa R_0^3 U_{\max}^2}{2}. \quad (3.16)$$

Понятно, что изменение (уменьшение) кинетической энергии жидкости к моменту $t = T_0$ не может по абсолютной величине превышать исходную кинетическую энергию, т.е. должно выполняться неравенство $E_{\text{kin}} \geq -\Delta E_{\text{kin}}$. Знак равенства в этом выражении соответствует предельному случаю, когда скорость жидкости к моменту T_0 падает до нуля. Все это позволяет следующим образом сформулировать условие, при котором исходной кинетической энергии будет хватать на формирование вала с радиусом $L(T_0)$ вокруг кратера:

$$E_{\text{kin}} \geq \Delta E_{\text{pot}}. \quad (3.17)$$

Если это условие не выполняется, вал не сможет расширяться до размера $L(T_0)$; его развитие будет подавлено капиллярными силами раньше, чем успеют сформироваться жидкометаллические струи.

Изменение потенциальной энергии задается выражением

$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta S \sigma,$$

где ΔS – приращение площади поверхности жидкости в процессе ее вытеснения. Определим величину ΔS в рамках рассматриваемой в работе геометрии вала. Площадь поверхности жидкости в начальный момент времени есть $S_0 = \pi R_0^2$. После формирования вала, т.е. при $t > \tau$, площадь складывается из трех составляющих: площади поверхности тонкого слоя жидкости на стенках сферического углубления в катоде S_1 , площади тонкого конического слоя жидкости S_2 и площади поверхности тора S_3 . Для S_1 имеем:

$$S_1 = \frac{2\pi h R_0}{\sin \alpha} = 2\pi R_0^2 \frac{(1 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha}.$$

Для S_2 справедливо:

$$S_2 = \frac{2\pi(L^2 - R_0^2)}{\cos \alpha} - 4\pi Lr = 2\pi \frac{L^2 - R_0^2}{\cos \alpha} - 2\sqrt{2\kappa R_0^3 L},$$

где мы учли то, что поверхность – двухсторонняя. Для S_3 с учетом соотношения (3.4) получим:

$$S_3 = 4\pi^2 Lr = 2\pi \sqrt{2\kappa R_0^3 L}.$$

Запишем изменение площади $\Delta S = S_1 + S_2 + S_3 - S_0$ при формировании вала как функцию безразмерного отношения $x = L/R_0$:

$$\Delta S = R_0^2 f(x),$$

где

$$f(x) = 2\pi \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2\pi \frac{x^2 - 1}{\cos \alpha} + 2(\pi - 1)\sqrt{2\kappa x} - \pi.$$

Вместо этого выражения удобно использовать приближенное, основанное на учете лишь основного порядка разложения функции f по степеням x :

$$f(x) \approx \frac{2\pi x^2}{\cos \alpha}.$$

Для $\alpha = 30^\circ$ при $x > 2$ оно дает аппроксимацию для f с достаточно малой относительной погрешностью $\leq 5\%$. Это позволяет для оценок использовать простое выражение:

$$\Delta S = \frac{2\pi L^2}{\cos \alpha}.$$

Тогда для изменения потенциальной энергии жидкости имеем:

$$\Delta E_{\text{pot}} \approx \frac{2\pi\sigma L^2}{\cos \alpha}. \quad (3.18)$$

Подставляя формулы (3.16) и (3.18) для кинетической и потенциальной энергий в условие (3.17), находим в терминах числа Вебера:

$$\text{We} \geq \frac{4\pi}{\kappa \cos \alpha} \left(\frac{L(T_0)}{R_0} \right)^2.$$

Используя формулу (3.15) для расстояния L к моменту T_0 , получим после несложных преобразований окончательно:

$$\text{We} \geq \text{We}_c, \quad \text{We}_c = \left(\frac{7^{14} s_1^8 \cos \alpha}{3^6 2^8 \pi^5 \kappa} \right)^{1/3}. \quad (3.19)$$

Это выражение имеет смысл условия расплескивания. В случае превышения управляющим параметром We найденного порогового значения We_c при вытеснении расплавленного металла из кратера будет происходить формированием струй и капель. В противном случае ($\text{We} < \text{We}_c$) вытеснение жидкости не будет сопровождаться ее расплескиванием — она просто будет растекаться по поверхности катода.

3.5 Оценки для основных параметров процесса

Выпишем основные соотношения для порога расплескивания, т.е. для $\text{We} = \text{We}_c$. В случае угла $\alpha = 30^\circ$ критическое значение числа Вебера получается следующим: $\text{We}_c \approx 497$.

Минимальное давление, при котором возможно расплескивание, определяется формулой:

$$P_c = \frac{\kappa\sigma\text{We}_c}{2\pi R_0} \approx 34.1 \frac{\sigma}{R_0}. \quad (3.20)$$

Скорость жидкости (очевидно, что она минимальна при $We = We_c$) определяется параметрами жидкости σ и ρ , а также радиусом кратера R_0 :

$$U_{\max, c} = \left(\frac{We_c \sigma}{\rho R_0} \right)^{1/2} \approx 22.3 \left(\frac{\sigma}{\rho R_0} \right)^{1/2}. \quad (3.21)$$

Для времени расплескивания находим:

$$T_0 = \tau \left[1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + 7 \left(\frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \right] \approx 2.64\tau, \quad (3.22)$$

где время вытеснения жидкости из кратера τ согласно (3.6) определяется выражением

$$\tau = 2 \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\sigma We_c}} \approx 0.09 \sqrt{\frac{\rho R_0^3}{\sigma}}. \quad (3.23)$$

Таким образом, время расплескивания T_0 более чем в два с половиной раза больше времени вытеснения жидкости τ . Примечательно, что формирование жидкометаллического вала вокруг кратера происходит примерно за то же время, что и его распад. Действительно, для времен этих двух процессов находим из (3.13) и (3.14):

$$t_1 = \tau \left[1 - \frac{1}{2 \cos \alpha} + \left(\frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{18} \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \right] \approx 1.37\tau, \quad (3.24)$$

$$t_2 = \tau \left(\frac{\kappa^3 s_1^4}{3^3 2^4 \pi^6 \cos^3 \alpha} \right)^{1/7} We_c^{2/7} \approx 1.27\tau. \quad (3.25)$$

Их отношение близко к единице:

$$t_2/t_1 \approx 0.92. \quad (3.26)$$

Несложно получить выражения для основных геометрических характеристик задачи, L и r , в моменты времени $t = t_1$ и $t = T_0$:

$$L(t_1) = \left(\frac{3^4 \kappa^3 s_1^4}{2^{11} \pi^6} \cos^4 \alpha \right)^{1/7} We_c^{2/7} R_0 \approx 1.65 R_0, \quad (3.27)$$

$$L(T_0) = 7 \left(\frac{\kappa^3 s_1^4 \cos^4 \alpha}{3^3 2^{11} \pi^6} \right)^{1/7} We_c^{2/7} R_0 \approx 3.84 R_0, \quad (3.28)$$

$$r(t_1) = \frac{R_0}{We_c^{1/7}} \left(\frac{2\kappa}{3\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7} \approx 0.12 R_0, \quad (3.29)$$

$$r(T_0) = \frac{3^{3/14} 2^{2/7} R_0}{7^{1/2} \text{We}_c^{1/7}} \left(\frac{\kappa}{\pi^2 s_1 \cos \alpha} \right)^{2/7} \approx 0.075 R_0. \quad (3.30)$$

Отсюда, в частности, видно, что вершина вала жидкости к моменту окончания дугового цикла находится на расстоянии около четырех радиусов кратера. Напомним, что для вывода приближенного выражения (3.18) для потенциальной энергии системы использовалось условие $L > 2R_0$, справедливость которого видна из (3.28).

В разделе 3.3 мы указывали на то, что отношения характерных времен T_0/τ и масштабов $L(T_0)/R_0$ слабо зависят от управляющего параметра We . Как следствие, полученные для порога расщепления ($\text{We} = \text{We}_c$) соотношения можно использовать и выше порога. Так, при $\text{We}_c \leq \text{We} \leq 2\text{We}_c$ (это соответствует, например, увеличению давления P_0 в два раза при фиксированном радиусе кратера R_0) получим:

$$2.64 \leq \frac{T_0}{\tau} \leq 3.13,$$

$$3.84 \leq \frac{L(T_0)}{R_0} \leq 4.68,$$

то есть частные меняются незначительно. Для грубых оценок можно считать $T_0 \approx 3\tau$ и $L(T_0) \approx 4R_0$.

Определим в рамках предлагаемой модели число струй, формирующихся в результате развития неустойчивости Релея-Плато. Простейшую оценку дает отношение длины вала в момент $t = t_1$ и масштаба λ_0 , соответствующему наибольшему инкременту неустойчивости:

$$N = \frac{2\pi L(t_1)}{\lambda_0} = \frac{2\pi L(t_1)}{s_2 r(t_1)} \approx 10.$$

Итак, в рамках развиваемой модели наиболее быстро растет амплитуда неустойчивой гармоники с $N = 10$. В разделе 3.3 мы указывали, что пространственный спектр возмущений поверхности вала – дискретный, но этим обстоятельством можно пренебречь при $N \gg 1$. Как видно, это условие выполняется.

Оценим теперь основные параметры процесса применительно к медному катоду. Для жидкой меди с температурой, незначительно превышающей температуру плавления, можно взять $\rho \approx 8000 \text{ кг/м}^3$ и $\sigma \approx 1.37 \text{ Н/м}$ [116]. Для размера кратера примем $R_0 = 2 \text{ мкм}$ (согласно исследованиям [32, 47] это близко к минимальному наблюдаемому размеру кратеров). Тогда

при $We = We_c$ получим для давления и скорости:

$$P_0 \approx 2.33 \cdot 10^7 \text{ Па}, \quad U_{\max} \approx 206 \text{ м/с}.$$

Найденное значение U_{\max} согласуются с результатами экспериментальных исследований [56], в которых определялись скорости разлета микрокапель. Сопоставим оценку для давления P_0 с результатами недавнего исследования [120]. В этой работе полагалось, что в зоне эмиссии электронов (ее радиус оценивался как $r_e \approx 0.6$ мкм) давление соответствует критической точке, т.е. точке фазовой диаграммы, в которой сходятся жидкая и газоплазменная области, что для меди составляет $P^* \approx 7.5 \cdot 10^8$ Па. Сила, действующая на жидкость в нашем случае, оценивается как $\pi P_0 R_0^2 \approx 2.9 \cdot 10^{-4}$ Н, а для [120] – как $\pi P^* r_e^2 \approx 8.5 \cdot 10^{-4}$ Н. Таким образом, силы оказываются близкими. Отличия обусловлены, в первую очередь, рассмотрением различных режимов – мы искали пороговые для расплескивания жидкости условия, а авторы работы [120] считали, что величина электрического тока превышает пороговую для горения дуги в два раза. Заметное отличие между значениями давлений связано лишь с тем, что приложенная к поверхности катода сила в вычислениях относилась к различным площадкам – радиус зоны эмиссии более чем в три раза меньше радиуса зоны расплава.

Зависимости давления плазмы P_0 и скорости жидкости U_{\max} от радиуса кратера R_0 для медного катода приведены на рисунках 3.2 и 3.3, соответственно (они определяются формулами (3.20) и (3.21)). Нижние кривые на рисунках соответствуют порогу расплескивания ($We = We_c$), для которого давление и скорость – минимальны. Для сравнения показаны аналогичные зависимости для $We = 2We_c$, то есть для закритических условий (верхние кривые на рисунках).

Для характерных времен процесса, а именно, времени вытеснения жидкости из кратера τ , времени образования вала t_1 (включающего в себя время τ), времени распада вала на струи, а также общего времени процесса T_0 находим:

$$\tau \approx 19.4 \text{ нс}, \quad t_1 = 26.6 \text{ нс}, \quad t_2 = 24.6 \text{ нс}, \quad T_0 \approx 51.2 \text{ нс}.$$

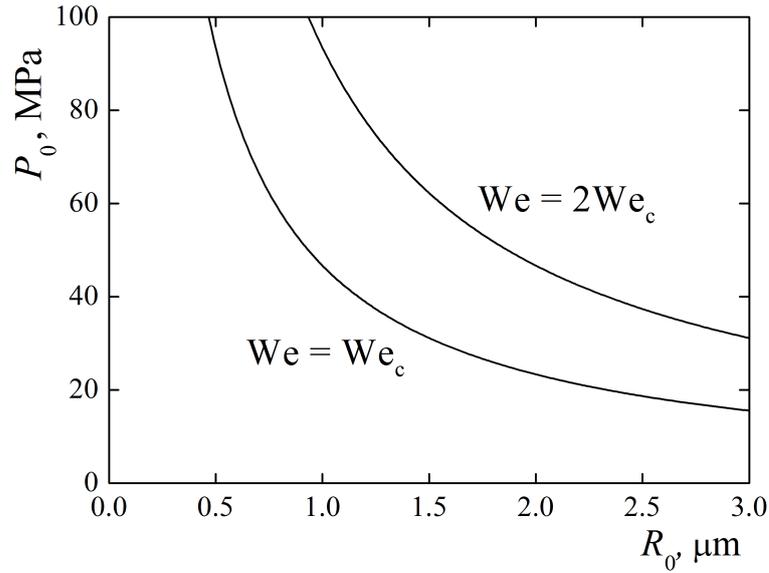


Рисунок 3.2: Давление катодной плазмы (P_0) в зависимости от радиуса кратера (R_0) для пороговых условий расплескивания жидкого металла ($We = We_c$), а также для закритических условий ($We = 2We_c$). Рассматривался медный катод; угол наклона границы кратера (α) полагался равным 30° .

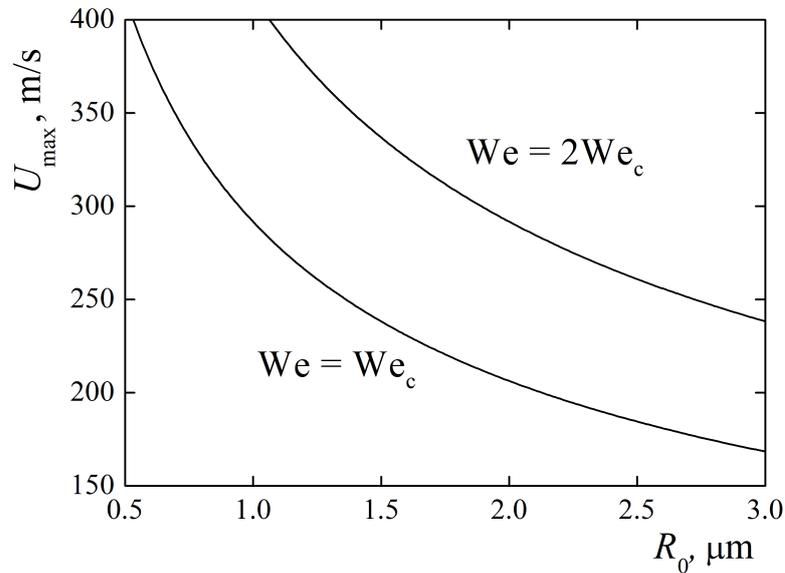


Рисунок 3.3: Скорость жидкого металла (U_{max}) в зависимости от радиуса кратера (R_0) для $We = We_c$ (пороговые для расплескивания условия) и для $We = 2We_c$ (закритические условия). Рассматривался медный катод; полагалось, что $\alpha = 30^\circ$.

Отметим, что время T_0 оказывается близким ко времени дугового цикла, оцениваемого в экспериментах [32] как 25–50 нс, в [43] как 19 нс, а в [44] – как 25 нс (подробнее см. раздел 1.1).

Зависимости времени T_0 от радиуса кратера R_0 для $We = We_c$ и, для сравнения, для $We = 2We_c$ приведены на рисунке 3.4. Как видно из рисунка и выражений (3.22)–(3.25) вре-

мена довольно сильно зависят от радиуса кратера (при $We = We_c$ будет $\tau \sim R_0^{3/2}$). Так, если взять $R_0 = 1.5$ мкм, мы получим $T_0 \approx 33.3$ нс, что практически совпадает с используемым в работах [2–4] значением времени дугового цикла. Зависимость времен от управляющего параметра We , напротив, является слабой.

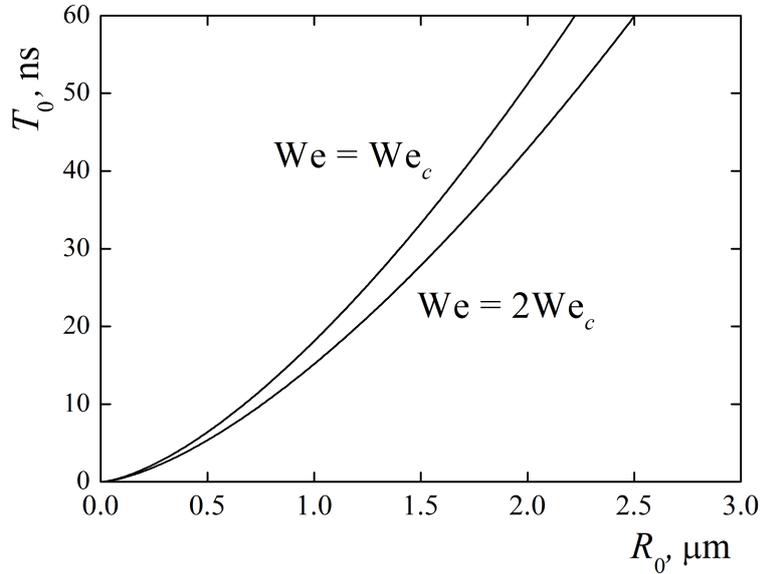


Рисунок 3.4: Зависимости времени формирования струй (T_0) от радиуса кратера (R_0) для $We = We_c$ (пороговые для расплескивания условия) и для $We = 2We_c$ (закритические условия). В модели рассматривался медный катод; полагалось, что $\alpha = 30^\circ$.

Для характерных пространственных масштабов задачи (3.27)–(3.30) получим: размер формирующегося вала $L(t_1) \approx 3.29$ мкм; расстояние, на которое выплескиваются формирующиеся струи, есть $L(T_0) \approx 7.68$ мкм; радиус скругления за время распада вала меняется от $r(t_1) \approx 0.23$ мкм до $r(T_0) \approx 0.15$ мкм.

3.6 Аналогия с задачей о столкновении капель с твердой преградой

Проанализируем теперь полученный выше критерий расплескивания (3.19) в терминах задачи о падении сферической капли жидкости на плоскую твердую поверхность. Основными параметрами для нее являются скорость падения капли U и ее диаметр D . Аналогом величины U в нашем случае является скорость инерциального движения жидкого металла

U_{\max} . В качестве аналога диаметра капли естественно взять эффективный диаметр

$$D_{\text{eff}} = \left(\frac{6\kappa}{\pi}\right)^{1/3} R_0,$$

выбираемый из соображения, что объем шара с этим диаметром совпадает с объемом заполняющей кратер жидкости. Тогда по аналогии с работами, в которых исследуется падение капель, можно ввести эффективное число Вебера:

$$\text{We}_{\text{eff}} = \frac{\rho U_{\max}^2 D_{\text{eff}}}{\sigma} = \left(\frac{6\kappa}{\pi}\right)^{1/3} \text{We}.$$

Условие расплескивания (3.19) примет тогда следующий вид:

$$\text{We}_{\text{eff}} \geq \text{We}_{\text{eff}, c}, \quad \text{We}_{\text{eff}, c} = \left(\frac{6\kappa}{\pi}\right)^{1/3} \text{We}_c.$$

Для $\alpha = 30^\circ$ будет $D_{\text{eff}} \approx 0.94R_0$, а для порогового значения эффективного числа Вебера справедливо:

$$\text{We}_{\text{eff}, c} \approx 466.$$

Отметим, что при изменении угла α в диапазоне $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ пороговое значение эффективного числа Вебера меняется лишь незначительно, оставаясь в интервале $466 < \text{We}_{\text{eff}, c} < 489$.

Аналогичным образом можно ввести и эффективное число Рейнольдса Re_{eff} , характеризующее отношение между силами инерции и вязкости:

$$\text{Re}_{\text{eff}} = \frac{U_{\max} D_{\text{eff}}}{\nu},$$

где ν — кинематическая вязкость. Для расплавленной меди можно взять $\nu \approx 4.16 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$.

При $\text{We} = \text{We}_c$ имеем

$$\text{Re}_{\text{eff}} = \text{Re}_{\text{eff}, c} = \left(\frac{\text{We}_{\text{eff}, c} D_{\text{eff}} \sigma}{\rho \nu^2}\right)^{1/2}.$$

Для $R_0 = 2.0 \text{ мкм}$ получим: $\text{Re}_{\text{eff}, c} \approx 929$. Оценим также число Онезорге (1.6) (см. страницу 29) для выбранной геометрии кратера:

$$\text{Oh}_{\text{eff}} \approx 0.023.$$

Таким образом, проведенное сопоставление между нашими оценками для условий расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги и данными об условиях перехода между режимами растекания и расплескивания жидкости при падении капель на плоскую поверхность вновь продемонстрировало хорошее согласие.

3.7 Неустойчивость Релея-Тейлора

Помимо неустойчивости Релея-Плато кромка вала может быть подвержена неустойчивости Релея-Тейлора, развивающейся, если свободная поверхность двигается с отрицательным ускорением (то есть тормозится). Подобная ситуация реализуется на стадии инерциального движения жидкости, когда замедляющим фактором может быть влияние капиллярных сил (этот вопрос обсуждался в разделе 3.4).

Развитие неустойчивости Релея-Тейлора с учетом капиллярных сил описывается дисперсионным соотношением [118] в терминах частоты ω :

$$\omega^2 = -ak + \frac{\sigma k^3}{\rho}. \quad (3.31)$$

Для выявления роли неустойчивости Релея-Тейлора необходимо оценить ускорение кромки вала a . В развиваемой модели потенциальная энергия системы находится по формуле (3.18). Поскольку все масса сосредоточена в тороидальной кромке вала, то следует вывод, что на жидкость действует сила в направлении, противоположном ее движению (под углом α к плоскости катода). Она определяется формулой

$$F = \frac{dE_{\text{pot}}}{d(L/\cos\alpha)} = 4\pi\sigma L.$$

Ускорение находится по второму закону Ньютона как частное силы и массы жидкости, к которой она приложена:

$$a = \frac{F}{\rho V} = \frac{4\pi\sigma L}{\rho\kappa R_0^3}. \quad (3.32)$$

Оценим время развития неустойчивости Релея-Тейлора для геометрии вала, относящейся к моменту $t = t_1$, как это мы делали раньше для неустойчивости Релея-Плато. Подставляя в (3.31) $k = 2\pi/\lambda_0$, получим для порога расплескивания ($We = We_c$):

$$\omega^2 = -\frac{8\pi^2\sigma}{\rho\lambda_0} \left(\frac{L(t_1)}{\kappa R_0^3} - \frac{\pi}{\lambda_0^2} \right) = -\frac{4\sigma}{\rho s_2^3 r_0^3} (s_2^2 - 2\pi^3).$$

Отсюда находим время развития неустойчивости Релея-Тейлора t_3 :

$$t_3 = \frac{1}{\text{Im}\omega} = s_3 \left(\frac{\rho r_0^3}{\sigma} \right)^{1/2}, \quad s_3 = \sqrt{\frac{s_2^3}{4s_2^2 - 8\pi^3}} \approx 3.08.$$

Напомним, что время развития неустойчивости Релея-Плато определяется сходным выражением

$$t_2 = s_1 \left(\frac{\rho r_0^3}{\sigma} \right)^{1/2}, \quad s_1 \approx 2.91.$$

Видно, что, согласно оценкам в рамках качественной модели, время развития неустойчивости Релея-Тейлора лишь незначительно превышает время развития неустойчивости Релея-Плато – они отличаются в $s_3/s_1 \approx 1.06$ раз. Причина этого связана со сходной природой обеих неустойчивостей. Неустойчивость Релея-Плато непосредственно определяется капиллярными силами. Неустойчивость Релея-Тейлора обуславливается торможением жидкости, происходящим из-за тех же капиллярных сил (ускорение, как видно из (3.32), пропорционально коэффициенту поверхностного натяжения). В любом случае, близость оценок свидетельствует о том, что учет неустойчивости Релея-Тейлора не изменит радикально выводы предлагаемой модели. В следующей главе, в которой анализ динамики формирования вала будет проводиться уже не на качественном, а на количественном уровне, будет показано, что время развития неустойчивости Релея-Плато заметно меньше времени развития неустойчивости Релея-Тейлора. При этом, как и в рамках качественного рассмотрения настоящей главы, они соизмеримы.

3.8 Заключительные замечания

В данной главе рассматривались гидродинамические процессы в катодном пятне вакуумной дуги. Была предложена аналитическая модель вытеснения расплавленного металла из

формирующегося на катоде кратера давлением взрывной плазмы. На начальной стадии происходит формирование окружающего кратер осесимметричного жидкометаллического вала. На завершающей стадии осевая симметрия задачи нарушается: развивается неустойчивость Рэлея-Плато верхней (по форме близкой к тороидальной) части вала, приводящая к формированию системы жидкометаллических струй. В рамках модели удалось сформулировать критерий расплескивания жидкости (в зависимости от давления катодной плазмы могут реализовываться два основных режима движения жидкости: растекания и расплескивания), а также определить основные пространственные и временные характеристики процесса.

Рассмотрим, при каких значениях электрического тока, протекающего через отдельный кратер, будут реализовываться условия для формирования струй, и как этот ток соотносится с пороговым током вакуумной дуги. Согласно [1] вакуумный дуговой разряд может гореть только при токах, превышающих некоторое пороговое значение I_0 , составляющее для медного катода ≈ 1.6 А. В соответствии с представлениями [1–3, 47, 115], для устойчивого самоподдержания разряда ток, приходящийся на одну ячейку катодного пятна должен быть примерно равен удвоенному пороговому току: $I \approx 2I_0 \approx 3.2$ А. Сопоставим эти значения с характерными токами, которые возникают в рассматриваемой лишь гидродинамические процессы развиваемой модели.

Оценим минимальное значение электрического тока, при котором будет происходить формирование микроструй и микрокапель, т.е. расплескивание жидкости. Из формулы (3.8) находим для тока:

$$I = \frac{2\pi R_0^2 P_0}{u_i \gamma_i} = \frac{\kappa \sigma We R_0}{u_i \gamma_i}.$$

Как и раньше, полагая угол α равным 30° и считая, что реализуются пороговые для расплескивания условия (т.е. $We = We_c$), находим следующее выражение для минимального тока:

$$I_{\min} = \frac{\kappa \sigma We_c R_0}{u_i \gamma_i} \approx 214 \frac{\sigma R_0}{u_i \gamma_i}.$$

В соответствии с экспериментальными данными по вакуумной дуге на медном катоде [51, 54, 115] для средней скорости ионов можно взять $u_i \approx 1.28 \cdot 10^4$ м/с, а для ионной эрозии — $\gamma_i \approx 3.9 \cdot 10^{-8}$ кг/Кл. Тогда при $R_0 = 2.0$ мкм будет:

$$I_{\min} \approx 1.18 \text{ А.}$$

Понятно, что при закритических условиях ток будет большим. Так, при $We = 2We_c$ имеем $I = 2I_{\min} \approx 2.35$ А (для произвольных R_0 – см. рисунок 3.5).

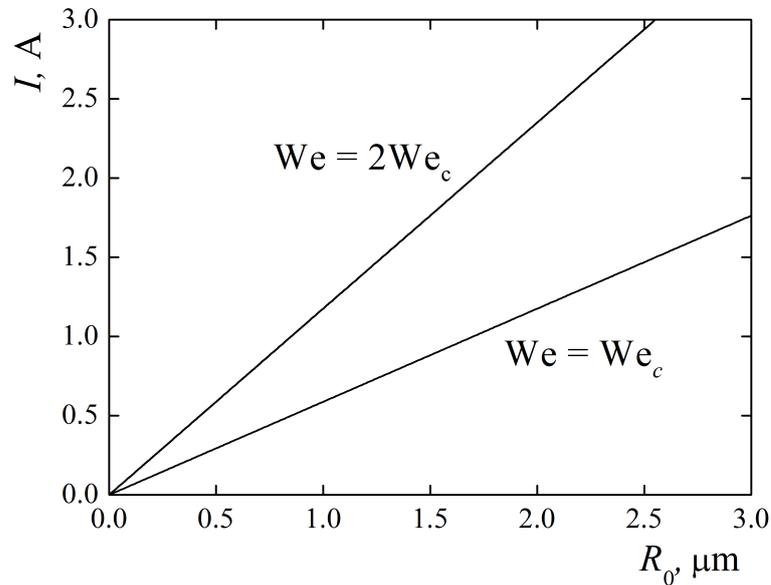


Рисунок 3.5: Протекающий через кратер электрический ток (I) в зависимости от радиуса кратера (R_0) для пороговых условий расплескивания жидкого металла ($We = We_c$), а также для закритических условий ($We = 2We_c$). В модели рассматривался медный катод; полагалось, что $\alpha = 30^\circ$.

Таким образом, получаемые из чисто гидродинамических соображений оценки для токов, обеспечивающих расплескивание жидкого металла при его вытеснении из формирующихся кратеров, оказываются близкими (с поправкой на качественный характер модели) к пороговому току дугового разряда. Это свидетельствует о важной, а возможно – определяющей роли гидродинамических процессов для самоподдержания вакуумного дугового разряда.

3.9 Выводы к главе 3

В данной главе исследовано формирование микроструй при вытеснении расплавленного металла давлением плазмы из кратеров, образующихся на катоде при горении вакуумной дуги. Предложена аналитическая модель расплескивания жидкого металла, включающая две стадии. На первой стадии движение жидкости обладает осевой симметрией, происходит формирование жидкометаллического вала, окружающего кратер. На второй стадии осевая

симметрия нарушается в результате развития неустойчивости Релея-Плато верхней части вала. Показано, что процесс распада вала носит пороговый характер; найдены минимальные значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока, необходимые для реализации режима расплескивания жидкого металла. В рамках модели определены основные пространственные и временные характеристики процесса формирования струй. Эти характеристики согласуются как с результатами экспериментальных исследований вакуумной дуги при околопороговых токах, так и с результатами численного моделирования динамики жидкого металла в катодном пятне. Кроме того, следует отметить, что полученное в рамках модели пороговое значение числа Вебера для расплескивания жидкого металла близко к критическим значениям из ряда экспериментальных работ по расплескиванию жидкости при столкновении капель с твердой поверхностью. Универсальность предложенной модели свидетельствует о верности заложенных в ней представлений о характере движения жидкой фазы.

Глава 4. Механизмы образования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда

В работах Г.А. Месяца и И.В. Уйманова [106–108], а также М.С. Бенилова с соавторами [109–111] и Д.Л. Шмелева с соавторами [112, 121] (подробнее см. раздел 1.4) удалось достичь существенного прогресса в численном моделировании динамики вытеснения расплава из кратера с учетом значительного числа факторов, которые не принимались во внимание при качественном аналитическом описании процесса, изложенного в главе 3. Основной идеей данной главы является комбинирование численных и аналитических подходов при рассмотрении гидродинамических процессов в катодном пятне вакуумной дуги, дающее возможность однозначно установить механизм формирования струй. Численно в двумерной осесимметричной постановке рассчитывается образование жидкометаллического вала по контуру кратера. Параллельно с этим аналитически исследуются линейные стадии развития трехмерных неустойчивостей вала с учетом изменения его геометрии. Такой подход позволил определить число струй, на которые распадается вал, характерное время этого процесса, а также убедиться, что инкременты неустойчивости Релея-Плато заметно превышают инкременты неустойчивости Релея-Тейлора.

Причина, по которой при анализе образования струй мы ограничиваемся рассмотрением неустойчивостями Релея-Плато и Релея-Тейлора кромки образующегося вала, заключается в том, что при анализе гидродинамически подобных процессов при столкновении капли с преградой именно эти неустойчивости играют доминирующую роль. К этому выводу независимо пришли различные научные группы на основе детального изучения процесса распада кромки (rim) плоских струй, запечатленного на высокоскоростные камеры

(см. работы [91, 119] и ссылки там). Ими анализировался спектр возникающих на кромке малоамплитудных возмущений и было показано, что, вероятнее всего, за распад плоской струи ответственна неустойчивость Релея-Плато. Применительно к нашему случаю, когда происходит распад осесимметричного жидкометаллического вала, необходимо рассмотреть и неустойчивость Релея-Тейлора, что обусловлено общей природой обеих неустойчивостей: торможение жидкости, вызывающее неустойчивость Релея-Тейлора, обусловлена влиянием капиллярных сил (неустойчивость Релея-Плато всегда имеет капиллярную природу).

4.1 Моделирование процессов формирования жидкометаллического вала

Процесс вытеснения жидкого металла давлением плазмы из кратера, формирующегося на катоде вакуумной дуги, рассчитывается в рамках полуэмпирической модели, предложенной в [106]. Модель включает в себя характеристики взаимодействия плазмы катодного пятна с катодом, полученные на основе экспериментальных данных Р. Танберга [45] и И. Кобеля [46] по действующей на катод силе и Дж. Даалдера [122] по мощности, выделяемой в катоде вакуумной дуги. Основным внешним параметром модели является плотность тока ячейки, имеющая пространственное распределение в Гауссовой форме:

$$j(r) = j_c \exp\left(-\left(r/r_c\right)^2\right). \quad (4.1)$$

Параметр r_c подбирается из условия, чтобы диаметр получающегося в результате моделирования кратера совпадал с экспериментально полученным значением.

В рамках двумерной осесимметричной постановки задачи тепломассопереноса и переноса заряда в катоде, которая предполагает совместное решение уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью (1.34), (1.35), уравнения теплопроводности с учетом конвективного переноса тепла и джоулева нагрева (1.33) и уравнения непрерывности (1.36) для плотности тока, проводится численное моделирование образования

элементарного кратера на медном катоде (методика расчета подробно описана в [106, 107]; см. также раздел 1.4).

На рисунке 4.1 представлены результаты численного моделирования динамики поверхности расплава при образовании кратера для медного катода с током ячейки 3.2 А ($R_0 = 0.8$ мкм). Под действием давления плазмы катодного пятна $> 10^8$ Па происходит ускорение расплавленного металла за время ~ 10 нс до скоростей $\sim 10^2$ м/с, в результате чего жидкость начинает истекать из кратера. Из рисунка 4.1 видно, что к моменту $t_0 \approx 10$ нс по контуру формирующегося кратера возникает выраженный жидкометаллический вал. Жидкость за пределами кратера движется по инерции, испытывая влияние лишь сил поверхностного натяжения. При этом происходит радиальное расширение вала: расстояние R от оси симметрии до гребня вала растет со временем. Растяжение вала приводит к его истончению: на временном интервале от 10 нс до 35 нс радиус кривизны r_0 вершины вала уменьшается от 170 нм до 140 нм.

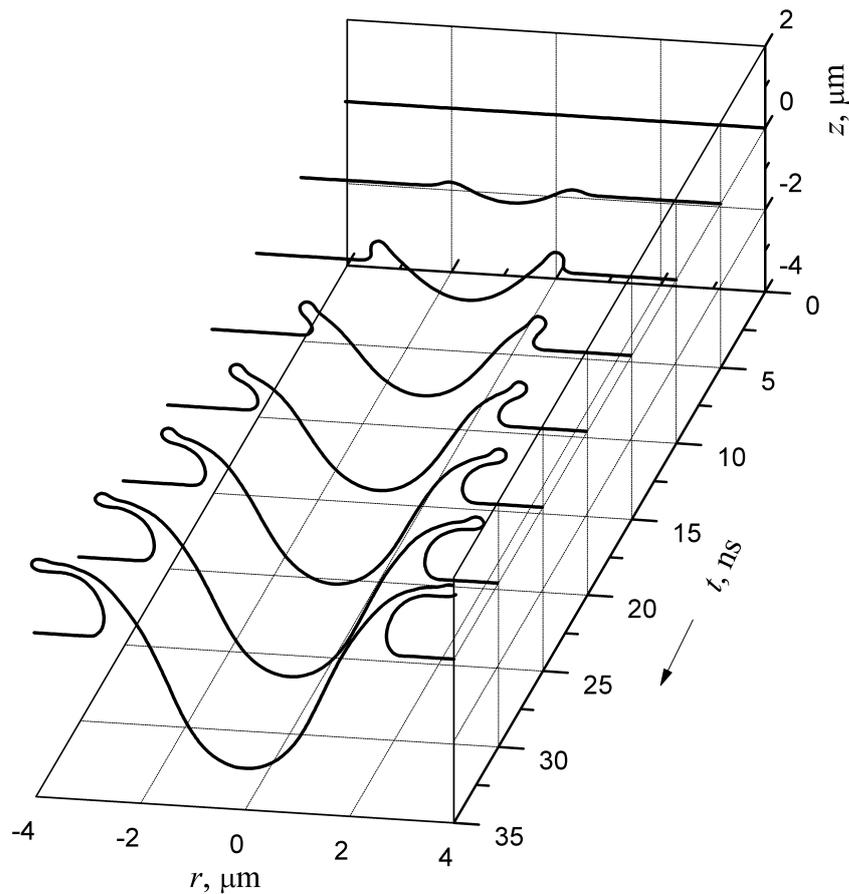


Рисунок 4.1: Результаты численного моделирования динамики поверхности расплава при образовании кратера на медном катоде при токе 3.2 А, протекающем через область с характерным размером $R_0 = 0.8$ мкм. Показаны поперечные сечения кратера с шагом в 5 нс.

4.2 Механизмы нарушения осевой симметрии и распад вала

Под действием капиллярных сил верхняя часть вала скругляется, принимая (с учетом осевой симметрии задачи) форму, близкую к тороидальной (рисунок 4.1). Геометрия тора определяется двумя масштабами: большим R и малым r_0 радиусами. Радиус R есть расстояние от оси симметрии до кромки вала, а r_0 — радиус образующегося вала. Тороидальная кромка вала подвержена неустойчивости Релея-Плато, стремящейся минимизировать площадь свободной поверхности. В классическом случае она развивается в жидком цилиндре и приводит к его разбиению на капли [90, 91]. Для рассматриваемой нами геометрии задачи она приводит к формированию периодической системы струй по контуру кратера. Закон дисперсии для неустойчивости Релея-Плато имеет вид (1.32) (страница 46). Отметим, что использование соотношения (1.32) для описания неустойчивости жидкого тора возможно при $R \gg r_0$.

Другой вероятный механизм формирования струй связан с тем обстоятельством, что, по данным численного моделирования, начиная с момента $t_0 \approx 10$ нс, жидкость в тороидальной кромке вала тормозится. Как показали расчеты, она движется с отрицательным ускорением $\approx 2 \cdot 10^9$ м/с². В этой ситуации возможно развитие неустойчивости Релея-Тейлора свободной границы жидкого металла. Этот тип неустойчивости в пределе “глубокой воды” характеризуется законом дисперсии [118]:

$$\gamma_{RTm}^2 = ak_m - \frac{\sigma k_m^3}{\rho}, \quad (4.2)$$

где γ_{RTm} — инкремент развития неустойчивости Релея-Тейлора, k_m — волновое число, соответствующее m -ой моде, a — абсолютное значение ускорения границы жидкости.

Для ответа на вопрос, какая именно неустойчивость ответственна за нарушение осевой симметрии задачи и, в конечном итоге, за распад вала на струи, требуется провести сравнение инкрементов неустойчивостей Релея-Плато и Релея-Тейлора. Будем анализировать формирование микрократера на поверхности катода из меди, физические свойства которой в жидком агрегатном состоянии следующие: плотность $\rho = 8000$ кг/м³, поверхностное натяжение $\sigma = 1.37$ Н/м.

При фиксированных параметрах r_0 и a амплитуда возмущений поверхности для неустойчивых гармоник нарастала бы со временем экспоненциально, как $\exp(\gamma_m t)$. В нашем случае анализ динамики распада вала затрудняется тем обстоятельством, что входящие в (1.32) и (4.2) величины r_0 , a и k меняются со временем.

Будем использовать следующую схему исследования динамики развития неустойчивостей жидкометаллического вала. Численное моделирование осесимметричной стадии движения жидкости позволяет найти временные зависимости $R(t)$, $r_0(t)$ и $a(t)$, определяющие невозмущенную геометрию вала в рамках ее аппроксимации тором. Развитие азимутальных возмущений вала, происходящее на фоне его радиального расширения, будет рассматриваться аналитически. Для этого воспользуемся модификациями дисперсионных соотношений (1.32) и (4.2), учитывающими ряд особенностей рассматриваемой задачи. Тороидальная геометрия занимаемой жидкостью области предполагает, что спектр возмущений вала дискретен: в длину вала $2\pi R$ укладывается целое число m длин волн. В таком случае волновое число k_m можно записать следующим образом:

$$k_m(t) = \frac{m}{R(t)}. \quad (4.3)$$

В терминах длин волн λ_m это выражение переписется в виде:

$$\lambda_m = \frac{2\pi R}{m}. \quad (4.4)$$

С учетом этого, выражения для инкрементов (1.32) и (4.2) переписутся как

$$\gamma_{PRm}^2 = \frac{\sigma}{\rho r_0^3} \cdot \frac{I_1(mr_0/R)}{I_0(mr_0/R)} \cdot \left(\frac{mr_0}{R} - \frac{m^3 r_0^3}{R^3} \right), \quad (4.5)$$

$$\gamma_{RTm}^2 = \frac{am}{R} - \frac{\sigma m^3}{\rho R^3}. \quad (4.6)$$

Из этих выражений ясно, что, поскольку параметры R , r_0 и a являются функциями времени, то и инкременты γ_{PRm} и γ_{RTm} будут меняться со временем. С помощью этих выражений будем анализировать развитие трехмерных азимутальных неустойчивостей жидкометаллического вала, эволюция которого моделируется в рамках двумерной осесимметричной постановки.

4.3 Результаты анализа распада вала

Для описания временной эволюции амплитуд A_m возмущений вала m -ой моды будем использовать дифференциальные уравнения

$$\frac{d \ln A_m}{dt} = \gamma_m(t) + s(t), \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (4.7)$$

Здесь была введена поправка $s(t)$, ответственная за растяжение вала и, как следствие, увеличение характерных длин волн. Сходная методика использовалась в работах Дж. Эггерса и соавторов [84, 90, 91], обзор которых дан в разделе 1.3. Введение поправки $s(t)$ в динамические уравнения (4.7) связано с тем, что, в силу геометрических соображений, амплитуды азимутальных возмущений поверхности вала A_m будут меняться при его расширении даже при нулевых значениях γ_m , то есть в случае нейтральной устойчивости осесимметричного вала.

Определим, какие значения может принимать величина $s(t)$ в рассматриваемой задаче. Существует для предельных случая, которые дают нижнюю (s_{\min}) и верхнюю (s_{\max}) оценки для поправки $s(t)$ и, соответственно, верхнюю (A_{\max}) и нижнюю (A_{\min}) оценки для амплитуды возмущения. Случай $s = s_{\max}$ соответствует ситуации, когда расширение тора не влияет на амплитуду возмущения (при этом она примет свое максимальное значение A_{\max}):

$$s_{\max} = 0.$$

Другой предел соответствует максимально возможному воздействию растяжения тора: амплитуды возмущения прямо пропорциональны радиусу тороидального утолщения: $A_{\min} \sim r(t)$. В такой ситуации мы имеем

$$s_{\min}(t) = \frac{d \ln r}{dt}.$$

Здесь $s_{\min}(t)$ отрицательно в силу уменьшения радиуса скругления вала.

Интегрируя (4.7) для каждого из двух предельных случаев, получим в итоге:

$$\frac{A_{m, \max}(t)}{A_m(t_0)} = \exp \left(\int_{t_0}^t \gamma_m(t') dt' \right), \quad (4.8)$$

$$\frac{A_{m,\min}(t)}{A_m(t_0)} = \frac{r_0(t)}{r_0(t_0)} \exp\left(\int_{t_0}^t \gamma_m(t') dt'\right). \quad (4.9)$$

Истинное значение амплитуд гармоник будет находиться в интервале между двумя полученными оценками:

$$A_{m,\min}(t) \leq A_m(t) \leq A_{m,\max}(t). \quad (4.10)$$

Результаты расчетов временной динамики амплитуд гармоник по формулам (4.5), (4.6), (4.9) и (4.8) в интервале от момента $t_0 = 10$ нс до момента $t = 35$ нс представлены на рисунке 4.2. Из него видно, что наибольший рост возмущений соответствует гармонике $m = 11$ и происходит в результате развития неустойчивости Релея-Плато. Амплитуда 11-ой гармоники A_{11} за 25 нс вырастает примерно в 5 раз (нижняя оценка дает 4.3 раза, а верхняя – 5.2 раз), что вполне обеспечивает возможность формирования системы струй параллельно с формированием кратера. За то же время неустойчивость Релея-Тейлора обеспечивает рост амплитуды A_5 (гармоника с $m = 5$ оказывается наиболее быстрой) только в 3 раза (нижняя оценка дает 2.9, а верхняя – 3.5).

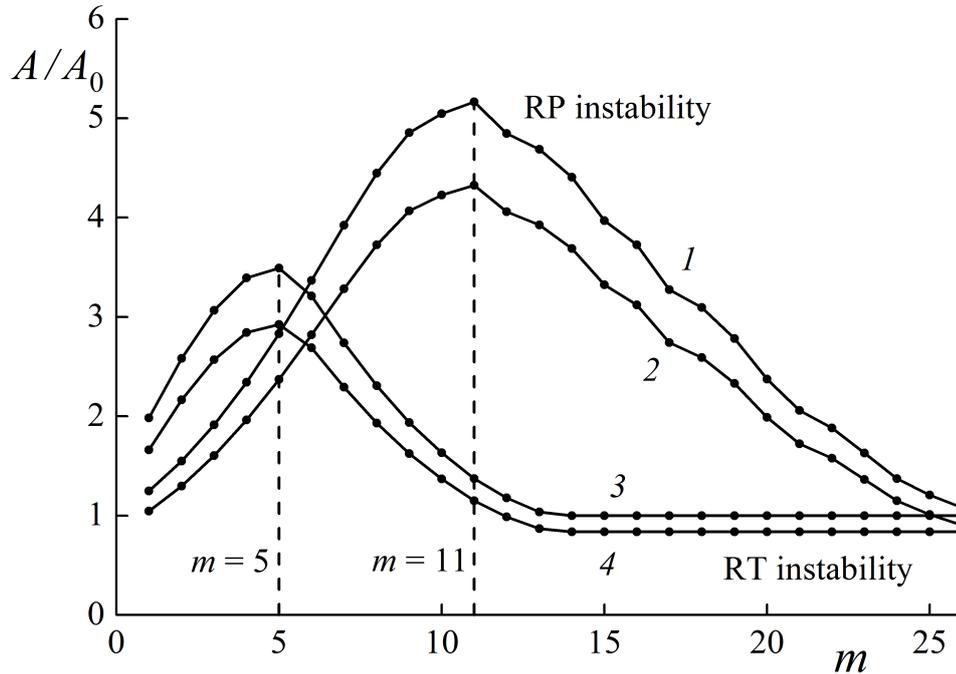


Рисунок 4.2: Результаты расчетов роста амплитуд азимутальных возмущений поверхности жидкометаллического вала для мод с различными номерами на временном интервале от 10 до 35 нс. Здесь A_0 и A - начальные и, соответственно, конечные значения амплитуд. Кривые 1 и 2 соответствуют верхней и нижней оценкам для относительного увеличения амплитуд при развитии неустойчивости Релея-Плато. Кривые 3 и 4 соответствуют неустойчивости Релея-Тейлора.

Характерное время развития неустойчивости Релея-Плато (т.е. время, за которое амплитуда возмущений поверхности нарастает в $e \approx 2.718$ раз) составляет 14 нс, а для неустойчивости Релея-Тейлора – 21 нс, т.е. заметно больше. Из рисунка 4.2 видно, что наибольшую роль в формировании жидкометаллических струй играют гармоники неустойчивости Релея-Плато с номерами $8 \leq m \leq 14$, а наиболее вероятное число струй есть $m = 11$.

4.4 Исследование механизмов струеобразования для диапазона токов ячейки и ее диаметра

В недавней работе Г.А. Месяца и И.В. Уйманова [108] проводилось моделирование образования микрократеров на поверхности катода проводилось в широком диапазоне токов ячейки катодного пятна (1.6 – 7 А) и ее радиусов (0.4 – 1.5 мкм) с использованием методики, предложенной в работах [106, 107] и кратко описанной в разделе 1.4. Всего было проанализировано 12 численных экспериментов для различных плотностей тока ячейки от $0.99 \cdot 10^{12}$ А/см² до $3.12 \cdot 10^{12}$ А/см² — здесь указано максимальное значение плотности тока j_0 , соответствующее распределению Гаусса (4.1). Параметры моделирования представлены в таблице 4.1.

SN	i_c , А	R_0 , мкм	$j_0 \cdot 10^{-12}$, А/см ²	$p_0 \cdot 10^{-8}$, Па	t_s , нс	d_{jet} , мкм
1	1.6	0.4	3.18	6.36	4.8	0.11
2	1.6	0.45	2.52	5.04	5.3	0.13
3	1.6	0.5	2.04	4.08	6.1	0.15
4	3.2	0.7	2.08	4.16	9.2	0.147
5	3.2	0.8	1.59	3.18	10.5	0.178
6	3.2	1.0	1.02	2.04	14.3	0.23
7	5	0.9	1.97	3.94	10.8	0.16
8	5	1.0	1.59	3.18	12.4	0.20
9	5	1.2	1.11	2.22	16.7	0.28
10	7	1.0	2.23	4.46	11.5	0.2
11	7	1.2	1.56	3.12	14.8	0.25
12	7	1.5	0.99	1.98	21.6	0.32

Таблица 4.1: Параметры моделирования, рассчитанное время образования тороидального вала (t_s) и диаметр струи (d_{jet}) [108]. Здесь SN (simulation number) — это порядковый номер численного эксперимента.

На рисунке 4.3 показаны характерные профили поверхностей расплава. Как видно, к моменту времени $t = t_s$ по контуру кратера формируется жидкометаллический вал. Фактически, после вытеснения расплава из кратера он движется по инерции и на него действуют только силы поверхностного натяжения. Верхняя часть вала скругляется под действием капиллярных сил и, благодаря аксиальной симметрии, принимает тороидальную форму. Тороидальная кромка вала радиально расширяется: расстояние от вершины тора до оси симметрии R растет со временем как $R \sim t$.

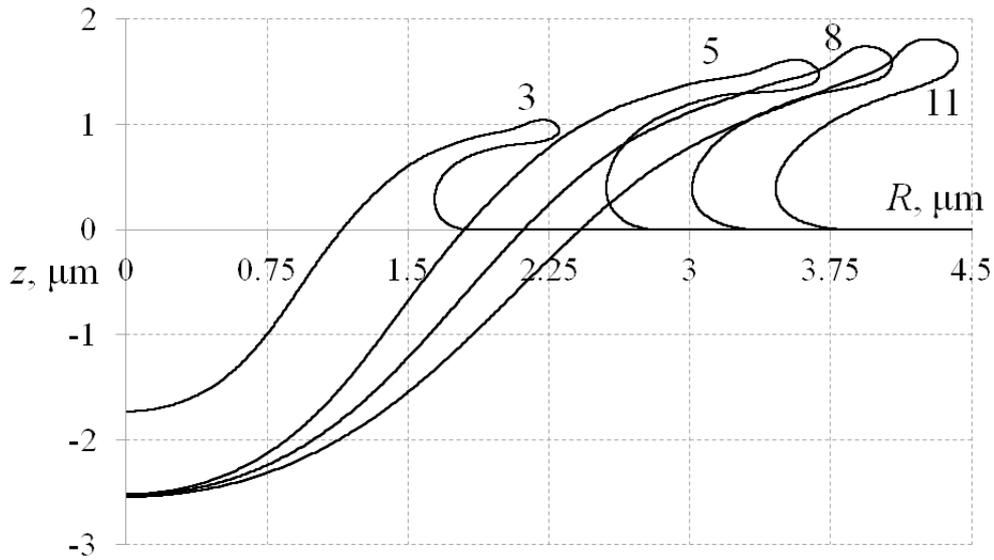


Рисунок 4.3: Некоторые результаты численного двумерного моделирования формирования кратера в результате выдавливания жидкого металла давлением катодной плазмы. Изображенные профили соответствуют различным численным экспериментам; данные по ним приведены в таблице 4.1.

Теперь на основе проведенных численных экспериментов необходимо определить характеристики процесса образования струй. Будем для простоты использовать усредненную амплитуду $\bar{A}(m, t)$: среднее арифметическое значение между максимальным (4.8) и минимальным (4.9) значениями

$$\bar{A}(m, t) \equiv (A_{\max}(m, t) + A_{\min}(m, t))/2,$$

вычисляемыми при крайних значениях параметра растяжения s . Введем соответствующую относительную амплитуду

$$b \equiv \bar{A}(m, t)/A_0(m),$$

где $A_0(m)$ — это начальное значение амплитуды возмущения m -ой моды. Тогда окончательное выражение для определения относительных амплитуд различных гармоник возмущений поверхности тора примет вид:

$$b(m, T) = \left(\frac{1 + r_0(T)/r_0(t_s)}{2} \right) \exp \left(\int_{t_s}^T \gamma(m, t') dt' \right). \quad (4.11)$$

Здесь t_s — время формирования выраженного вала (таблица 4.1), T — конечное время вычислений. Как видно из таблицы 4.1, время формирования микрократера с однородным жидкометаллическим валом t_s значительно меняется с изменением его размера R_0 и текущего через него тока i_c . Поскольку численный расчет в двумерной осесимметричной постановке не ограничен во времени, необходимо определить время T , основываясь на физических предположениях. Естественно связать время T со временем t_s ; в дальнейшем, при расчетах интеграла (4.11), мы будем полагать $T = 2t_s$.

SN	m_{\max}^{PR}	m_{\max}^{RT}	$A(m_{\max}^{\text{PR}})$	$A(m_{\max}^{\text{RT}})$
1	11	3	3.78	1.64
2	9	4	3.63	2.46
3	11	4	4.57	1.95
4	12	3	4.18	1.73
5	10	4	3.73	2.24
6	11	3	5.18	1.91
7	14	1	4.51	1.08
8	14	2	4.74	1.28
9	13	2	5.84	1.39
10	15	2	4.61	1.20
11	15	1	5.27	1.00
12	13	1	5.74	1.12

Таблица 4.2: Номер самой быстрорастущей моды m_{\max} и соответствующее ей относительное увеличение амплитуды $A(m_{\max})$ в момент времени $t = 2\tau$ для неустойчивостей Релея-Плато (PR) и Релея-Тейлора (RT).

Используя результаты 12 численных экспериментов (см. таблицу 4.1), были получены следующие характеристики развития гидродинамических неустойчивостей Релея-Плато и Релея-Тейлора: номера самых быстрорастущих мод m_{\max} (их можно интерпретировать как наиболее вероятные числа струй), их конечные относительные амплитуды $b(m_{\max}, T)$, характерные времена развития неустойчивостей τ (т.е. времена, за которые амплитуды возмущений поверхности нарастают в $e \approx 2.718$ раз) в абсолютных и относительных единицах. Эти

результаты представлены в таблицах 4.2, 4.3. Графически основные результаты представлены на рисунке 4.4.

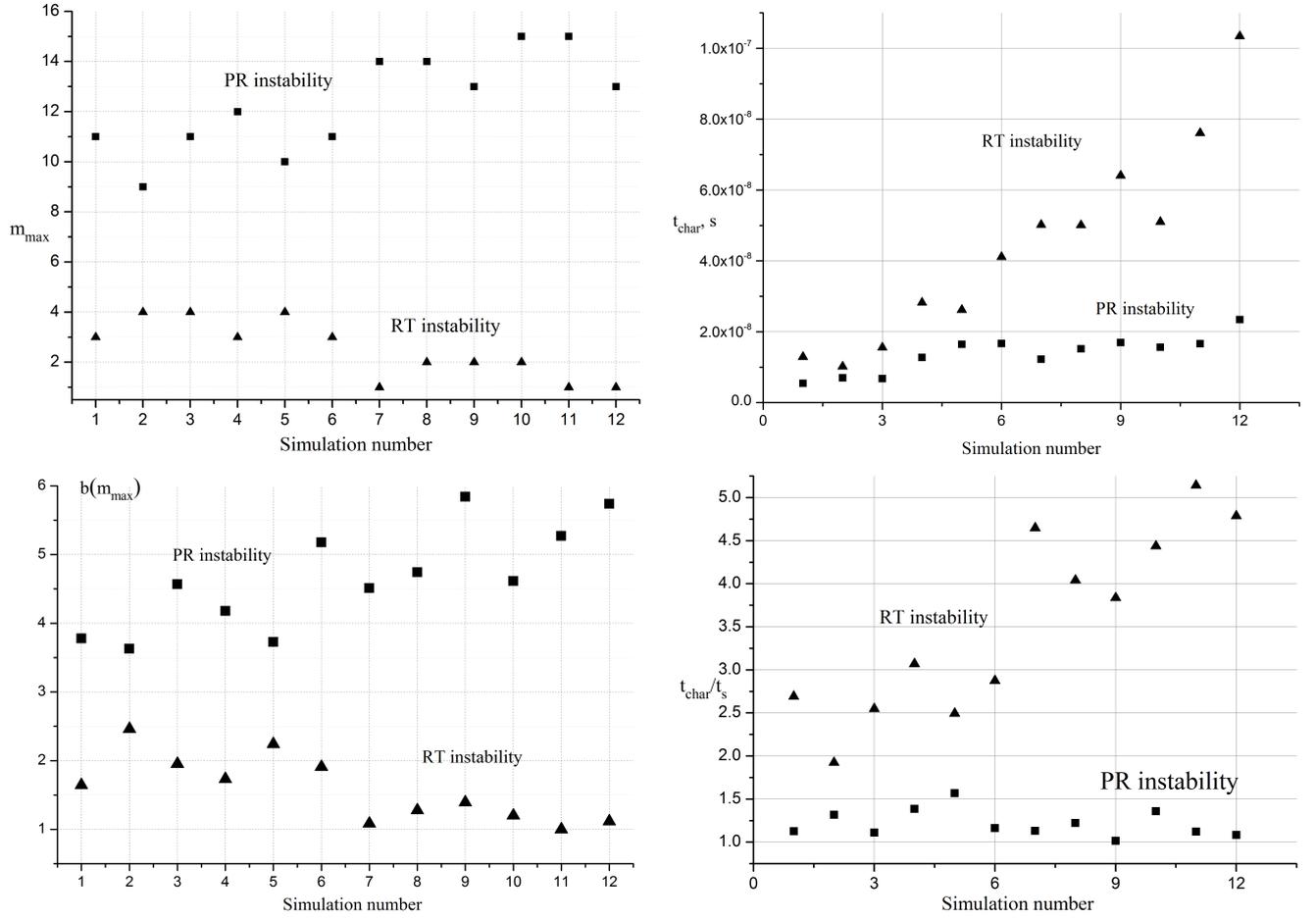


Рисунок 4.4: Характеристики развития гидродинамических неустойчивостей: номера самых быстрорастущих мод m_{\max} , их конечные относительные амплитуды $b(m_{\max}, T)$, характерные времена развития неустойчивостей τ в абсолютных и относительных единицах (t_s) из таблиц 4.2 и 4.3. По горизонтальной оси отложены номера численных экспериментов. Треугольные маркеры соответствуют неустойчивости Релея-Тейлора (RT instability), квадратные — Релея-Плато (PR instability).

Видно, что для неустойчивости Релея-Плато рост амплитуд достаточно велик $3.5 < b(m_{\max}) < 6$, а наиболее быстрые гармоники соответствует номерам $9 \leq m_{\max} \leq 15$. Что касается неустойчивости Релея-Тейлора, рост амплитуд для нее значительно меньше, $1 < b(m_{\max}) < 2.5$; наиболее быстро развиваются гармоники $1 \leq m_{\max} \leq 4$. Эти результаты подтверждают предварительные выводы, сделанные в разделе 4.3.

Как можно увидеть из таблиц 4.1, 4.3, абсолютное значение ускорения поверхности жидкого металла a уменьшается с увеличением тока ячейки i_c и ее размера R_0 . Это может быть связано, с одной стороны, с увеличением массы струй: их рассчитанные диаметры d_{jet} приведены в таблице 4.1 — при возрастании тока ячейки i_c диаметры растут. С другой

стороны, при увеличении диаметра увеличивается радиус кривизны кромки и, как следствие, уменьшаются действующая на нее капиллярная сила.

Отметим, что при малых ускорениях a (численные эксперименты с большими номерами SN) инкремент γ_{RT} принимает мнимые значения и, следовательно, неустойчивость Релея-Тейлора не развивается (относительная амплитуда остается практически постоянной: $b(m_{\max}) = 1$).

SN	τ_{PR} , нс	τ_{RT} , нс	τ_{PR}/t_s	τ_{RT}/t_s	$a, \cdot 10^9$ м/с ²
1	5.4	12.9	1.13	2.69	-2.68
2	7.0	10.2	1.32	1.92	-5.08
3	6.8	15.6	1.11	2.55	-2.64
4	12.8	28.3	1.39	3.07	-1.15
5	16.5	26.2	1.57	2.49	-1.53
6	16.6	41.1	1.16	2.87	-0.77
7	12.2	50.2	1.13	4.65	-0.71
8	15.2	50.1	1.22	4.04	-0.26
9	17.0	64.1	1.02	3.84	-0.26
10	15.6	51.0	1.36	4.44	-0.19
11	16.6	76.1	1.12	5.14	0.02
12	23.4	103.4	1.08	4.79	-0.04

Таблица 4.3: Характерные времена τ развития неустойчивостей Релея-Плато (PR) и Релея-Тейлора (RT) в абсолютных (наносекунды) и относительных единицах (t_s); в первом столбце представлен номер моделирования SN из таблицы 4.1.

Из таблиц 4.1, 4.3 можно заметить, что характерные времена для развития неустойчивости Релея-Плато близки ко времени t_s , за которое жидкометаллический тор формируется вокруг кратера. Это согласуется с результатами аналитической модели главы 3, в которой не учитывалось множество факторов, влияющих на динамику жидкого металла.

В таблице 4.3 представлены характерные времена развития неустойчивостей Релея-Плато и Релея-Тейлора τ_{PR} and τ_{RT} для различных численных экспериментов (см. таблицу (4.1)). Видно, что времена развития неустойчивости Релея-Тейлора заметно превышают времена неустойчивости Релея-Плато. С физической точки зрения, естественнее сравнивать характерные времена τ в относительных единицах t_s . Для неустойчивости Релея-Плато они близки к 1: $\tau_{PR} \approx t_s$. Напротив, значения τ_{RT} для неустойчивости Релея-Тейлора превышают t_s по крайней мере в 2 раза. Таким образом, можно заключить, что неустойчивость Релея-Плато развивается быстрее. Это подтверждает наш вывод о роли этого типа гидро-

динамической неустойчивости при формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги.

4.5 Выводы к главе 4

В данной главе теоретически исследована динамика расплава при образовании кратеров в катодном пятне вакуумного дугового разряда. Процесс разбивался на два этапа: вытеснение жидкого металла из образующегося на поверхности катода микрократера с формированием вала по его контуру и распад вала на струи в результате развития азимутальных неустойчивостей его поверхности. Первый этап численно моделировался в двумерной осесимметричной постановке в приближении вязкой несжимаемой жидкости по методике, предложенной в работах [106, 107]. На втором этапе рассматривалось развитие трехмерных неустойчивостей осесимметричного вала, параметры которого брались из данных численного моделирования первого этапа. Динамика развития неустойчивостей анализировалась с помощью дисперсионных соотношений для поверхностных волн, соответствующих различным типам неустойчивостей (неустойчивости Релея-Тейлора, возникающей при движении границы с отрицательным ускорением, и имеющей капиллярную природу неустойчивости Релея-Плато).

Установлено, что для широкого диапазона токов ячейки (1.6 – 7 А) и размеров микрократеров (0.4 – 1.5 мкм) за распад вала на струи ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Релея-Плато. За времена порядка времен формирования вала амплитуда возмущения поверхности вала увеличиваются в 4 – 6 раз. Характерные времена развития неустойчивости Релея-Плато сравнимы с временами вытеснения расплава из кратеров, тогда как для неустойчивости Релея-Тейлора превышают их в несколько раз. Для тока 3.2 А и диаметра кратера 0.8 мкм время развития неустойчивости Релея-Плато составляет 14 нс, то есть она успевает развиться за время дугового цикла 25 – 50 нс. Наибольшую роль в формировании жидкометаллических струй играют гармоники с номерами $8 \leq m \leq 14$, что дает наиболее вероятное число струй — $m = 11$. Эти результаты могут быть использованы при анализе капельной эрозии катода, а также условий самоподдержания разряда.

Заключение

В диссертационной работе проведено теоретическое исследование процессов, происходящих в жидкой фазе на поверхности катода при горении вакуумного дугового разряда. Получены следующие основные результаты:

1. Динамика расплавленного металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда сопоставлена с динамикой жидкости при столкновении единичных капель с плоской твердой поверхностью на основе принципа гидродинамического подобия. Для некоторых материалов катода (Cu, W, Au, Mo) показано, что реализующиеся при близких к минимальным токам условия соответствуют пороговым условиям образования струй.
2. Обоснована применимость метода гидродинамического подобия для сопоставления процессов, происходящих в жидкой фазе катодного пятна вакуумной дуги с учетом цикличности ее функционирования, и процессов расплескивания жидкости при последовательном столкновении серии капель с поверхностью: безразмерные гидродинамические числа, характеризующие эти процессы, практически совпадают, несмотря на значительную разницу в пространственно-временных масштабах (микрометры и наносекунды для дугового разряда и миллиметры и миллисекунды для падения капель).
3. Предложен критерий формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги, основанный на сравнении скорости истечения расплава из формирующихся кратеров и групповой скорости волн на поверхности жидкости.
4. Предложена аналитическая модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда; в рамках модели определены пространственные и временные характеристики этого процесса, такие как скорость истечения расплавленного металла из формирующихся кратеров, время образования струй, их количество.

5. Определены минимальные значения давления плазмы и протекающего через кратер электрического тока, необходимые для реализации режима расплескивания жидкого металла и, следовательно, самоподдержания дугового разряда в рамках эктонной модели.
6. Установлено, что за развитие азимутальных неустойчивостей свободной поверхности жидкого металла, вытесняемого давлением плазмы из формирующихся кратеров катодного пятна вакуумной дуги, и последующее формирование струй ответственна имеющая капиллярную природу неустойчивость Релея-Плато. Подобный механизм образования струй реализуется в широком диапазоне токов ячеек катодного пятна и их размеров.

В заключение автор хотел бы выразить искреннюю признательность научному руководителю в.н.с. Н.М. Зубареву за руководство работой и высокую научную требовательность к результатам. Автор также выражает глубокую благодарность заведующему Лаборатории нелинейной динамики (ЛНД) Н.Б. Волкову, в.н.с. Г.Ш. Болтачеву и н.с. Е.А. Кочурину за постоянное внимание к работе и помощь во многих вопросах, с.н.с. И.В. Уйманову за научное сотрудничество, а также н.с. И.Ф. Пунанову за замечания к оформлению работы. Автор благодарен также всем сотрудникам ЛНД ИЭФ УрО РАН за помощь в работе и интерес к полученным результатам. Автор выражает особую признательность руководству и службам Института электрофизики УрО РАН за создание благоприятных условий для работы.

Литература

- [1] Кесаев, И. Г. Катодные процессы электрической дуги / И. Г. Кесаев. — Наука, 1968. — С. 244.
- [2] Месяц, Г. А. Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга / Г. А. Месяц. — Наука, 2000. — С. 424.
- [3] Mesyats, G. A. Ecton mechanism of the cathode spot phenomena in a vacuum arc / G. A. Mesyats // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2013. — Vol. 41, no. 4. — Pp. 676–694.
- [4] Месяц, Г. А. Эктон – лавина электронов из металла / Г. А. Месяц // *Успехи физических наук*. — 1995. — Т. 165, В. 6. — С. 601–626.
- [5] Mesyats, G. A. Hydrodynamics of the molten metal in a vacuum arc cathode spot at near-threshold currents / G. A. Mesyats, N. M. Zubarev // *Journal of Applied Physics*. — 2013. — Vol. 113, no. 20. — P. 203301.
- [6] Mesyats, G. A. The Rayleigh–Plateau instability and jet formation during the extrusion of liquid metal from craters in a vacuum arc cathode spot / G. A. Mesyats, N. M. Zubarev // *Journal of Applied Physics*. — 2015. — Vol. 117, no. 4. — P. 043302.
- [7] Бетяев, С. К. Гидродинамика: проблемы и парадоксы / С. К. Бетяев // *Успехи физических наук*. — 1995. — Т. 165, В. 3. — С. 299–330.
- [8] Yarin, A. L. Drop impact dynamics: splashing, spreading, receding, bouncing... / A. L. Yarin // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 2006. — Vol. 38. — Pp. 159–192.

- [9] *Moreira, A. L. N.* Advances and challenges in explaining fuel spray impingement: How much of single droplet impact research is useful? / A. L. N. Moreira, A. S. Moita, M. R. Panao // *Progress in energy and combustion science*. — 2010. — Vol. 36, no. 5. — Pp. 554–580.
- [10] *Anders, A.* Cathodic Arcs: From Fractal Spots to Energetic Condensation / A. Anders. — Springer-Verlag New York, 2008. — Vol. 50 of *Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics*. — P. 544.
- [11] *Месяц, Г. А.* Взрывная эмиссия электронов из металлических острий / Г. А. Месяц, С. П. Бугаев, Д. И. Проскуровский // *Успехи физических наук*. — 1971. — Т. 104, В. 8. — С. 673–675.
- [12] Модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, О. В. Зубарева и др. // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2016. — Т. 149, В. 4. — С. 896–908.
- [13] Развитие азимутальных неустойчивостей свободной поверхности жидкого металла при формировании кратеров в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. — 2016. — Т. 59, В. 9/2. — С. 53–58.
- [14] Механизмы образования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // *Письма в Журнал технической физики*. — 2016. — Т. 42, В. 16. — С. 48–55.
- [15] *Gashkov, M. A.* Formation of liquid-metal jets in a vacuum arc cathode spot: Analogy with drop impact on a solid surface / M. A. Gashkov, N. M. Zubarev // *Journal of Physics: Conference Series* / IOP Publishing. — Vol. 946. — 2018. — P. 012131.
- [16] Model of the Formation of Liquid-Metal Jets in the Cathode Spot of a Vacuum Arc Discharge / M. A. Gashkov, G.A. Mesyats, N. M. Zubarev, O. V. Zubareva // *Discharges and Electrical Insulation in Vacuum (ISDEIV)*, 2018 28th International Symposium on. / IEEE. — Vol. 1. — 2018. — Pp. 337–340.
- [17] Dynamics of Molten Metal Jet Formation in the Cathode Spot of Vacuum Arc Discharge / M. A. Gashkov, G. A. Mesyats, I. V. Uimanov, N. M. Zubarev // *Discharges and Electrical*

- Insulation in Vacuum (ISDEIV), 2018 28th International Symposium on. / IEEE. — Vol. 1. — 2018. — Pp. 365–368.
- [18] *Гашков, М. А.* Неустойчивость Рэлея-Плато и формирование жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц // Материалы XI Международной научной конференции / Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова. — 2015. — С. 25–29.
- [19] *Гашков, М. А.* Динамика расплавленного металла в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Е. А. Кочурин // Тезисы докладов СПФКС-15. — 2014. — С. 169.
- [20] Качественная модель расплескивания жидкого металла в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, О. В. Зубарева и др. // Тезисы докладов СПФКС-16. — 2015. — С. 149.
- [21] Анализ динамики формирования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // Тезисы докладов СПФКС-17. — 2016. — С. 171.
- [22] Анализ расплескивания жидкого металла при его вытеснении из кратеров, формирующихся в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, О. В. Зубарева и др. // Сборник докладов СПЭФЭГД-2015. — 2015. — С. 136–139.
- [23] Model of the formation of liquid metal jets and drops in a vacuum arc cathode spot / M. A. Gashkov, G. A. Mesyats, N. M. Zubarev et al. // International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects: Abstracts. — 2016. — P. 24.
- [24] Development of azimuthal instabilities of the liquid metal free surface during the formation of craters in a vacuum arc cathode spot / M. A. Gashkov, N. M. Zubarev, G. A. Mesyats, I. V. Uimanov // International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects: Abstracts. — 2016. — P. 25.
- [25] *Gashkov, M. A.* Formation of liquid-metal jets in a vacuum arc cathode spot: Analogy with drop impact on a solid surface / M. A. Gashkov, N. M. Zubarev // XXXIII International

- Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter: Book of Abstracts. — 2017. — P. 355.
- [26] Анализ развития жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумного дугового разряда / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // XX Зимняя школа по механике сплошных сред: Тезисы докладов. — 2017. — С. 91.
- [27] Анализ динамики образования жидкометаллических струй в катодном пятне вакуумной дуги / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев, Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // Материалы ВНКСФ-23. — 2017. — С. 181.
- [28] Formation of Molten Metal Jets and Droplets in the Cathode Spot of Vacuum Arc Discharge / M. A. Gashkov, G. A. Mesyats, N. M. Zubarev, I. V. Uimanov // Proceedings of the XXXIII International Conference on Phenomena in Ionized Gases. — 2017. — P. 349.
- [29] *Гашков, М. А.* Критерии расплескивания металла в катодном пятне вакуумного дугового разряда / М. А. Гашков, Н. М. Зубарев // Тезисы докладов XIII Международной конференции “Газоразрядная плазма и ее применение”. — 2017. — С. 52.
- [30] Analysis of liquid metal jet development during the formation of craters in a vacuum arc cathode spot / M. A. Gashkov, G. A. Mesyats, N. M. Zubarev, I. V. Uimanov // International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects: Abstracts. — 2018. — P. 45.
- [31] *Jüttner, B.* The dynamics of arc cathode spots in vacuum / B. Jüttner // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1995. — Vol. 28, no. 3. — Pp. 516–522.
- [32] *Puchkarev, V. F.* Current density and the cathode spot lifetime in a vacuum arc at threshold currents / V. F. Puchkarev, A. M. Murzakayev // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1990. — Vol. 23, no. 1. — Pp. 26–35.
- [33] *Jüttner, B.* Erosion phenomena on contaminated cathodes caused by electrical discharges in ultra high vacuum / B. Jüttner // *Contributions to Plasma Physics*. — 1978. — Vol. 18, no. 4. — Pp. 265–269.

- [34] On the mechanism of operation of a cathode spot cell in a vacuum arc / G. A. Mesyats, M. B. Bochkarev, A. A. Petrov, S. A. Barengolts // *Applied Physics Letters*. — 2014. — Vol. 104, no. 18. — P. 184101.
- [35] Наблюдение регенерации микроострий и полировки катода при наносекундных импульсах тока взрывной эмиссии / Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский, Е. Б. Янкелевич, В. Ф. Трегубов // *Доклады Академии СССР*. — 1976. — Т. 227, В. 6. — С. 1135–1139.
- [36] *Kleberg, I.* Die Dynamik von kathodischen Brennecken im externen Magnetfeld: Ph.D. thesis / Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I der Humboldt-Universität zu Berlin. — 2001.
- [37] *Jüttner, B.* The retrograde motion of arc cathode spots in vacuum / B. Jüttner, I. Kleberg // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2000. — Vol. 33, no. 16. — P. 2025.
- [38] *Gallagher, C. J.* The retrograde motion of the arc cathode spot / C. J. Gallagher // *Journal of Applied Physics*. — 1950. — Vol. 21, no. 8. — Pp. 768–771.
- [39] *Любимов, Г. А.* Катодное пятно вакуумной дуги / Г. А. Любимов, В. И. Раховский // *Успехи физических наук*. — 1978. — Т. 125, В. 8. — С. 665–706.
- [40] *Daalder, J. E.* Cathode erosion of metal vapour arcs in vacuum: Ph.D. thesis / Technische Hogeschool Eindhoven. — 1978.
- [41] *Мурзакаев, А. М.* Нестационарные процессы в катодном пятне вакуумной дуги в области пороговых токов. — Дисс. на соиск. уч. ст. канд. физ.-мат. наук. — 1990.
- [42] *Jüttner, B.* The dynamics of arc cathode spots in vacuum: new measurements / B. Jüttner // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1997. — Vol. 30, no. 2. — Pp. 221–229.
- [43] *Jüttner, B.* The dynamics of arc cathode spots in vacuum. Part III: measurements with improved resolution and UV radiation / B. Jüttner // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1998. — Vol. 31, no. 14. — Pp. 1728–1736.
- [44] *Bochkarev, M. B.* Noise measurements of vacuum arc cathode spot lifetime / M. B. Bochkarev // *Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, 1996. Proceedings. ISDEIV., XVIIth International Symposium on / IEEE*. — Vol. 1. — 1996. — Pp. 151–154.

- [45] *Tanberg, R.* On the cathode of an arc drawn in vacuum / R. Tanberg // *Physical Review*. — 1930. — Vol. 35, no. 9. — Pp. 1080–1089.
- [46] *Kobel, E.* Pressure and high velocity vapour jets at cathodes of a mercury vacuum arc / E. Kobel // *Physical Review*. — 1930. — Vol. 36, no. 11. — Pp. 1636–1638.
- [47] *Daalder, J. E.* Diameter and current density of single and multiple cathode discharges in vacuum / J. E. Daalder // *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. — 1974. — no. 6. — Pp. 1747–1757.
- [48] *Daalder, J. E.* Erosion structures on cathodes arced in vacuum / J. E. Daalder // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1979. — Vol. 12, no. 10. — Pp. 1769–1779.
- [49] *Davis, W. D.* Analysis of the electrode products emitted by dc arcs in a vacuum ambient / W. D. Davis, H. C. Miller // *Journal of Applied Physics*. — 1969. — Vol. 40, no. 5. — Pp. 2212–2221.
- [50] *Kimblin, C. W.* Erosion and ionization in the cathode spot regions of vacuum arcs / C. W. Kimblin // *Journal of Applied Physics*. — 1973. — Vol. 44, no. 7. — Pp. 3074–3081.
- [51] *Daalder, J. E.* Erosion and the origin of charged and neutral species in vacuum arcs / J. E. Daalder // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1975. — Vol. 8, no. 14. — Pp. 1647–1659.
- [52] *Daalder, J. E.* Components of cathode erosion in vacuum arcs / J. E. Daalder // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1976. — Vol. 9, no. 16. — Pp. 2379–2395.
- [53] Ion charge state distributions in high current vacuum arc plasmas in a magnetic field / E. M. Oks, A. Anders, I. G. Brown et al. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 1996. — Vol. 24, no. 3. — Pp. 1174–1183.
- [54] Ion velocities in vacuum arc plasmas / G. Yu. Yushkov, A. Anders, E. M. Oks, I. G. Brown // *Journal of Applied Physics*. — 2000. — Vol. 88, no. 10. — Pp. 5618–5622.

- [55] *McClure, G. W.* Plasma expansion as a cause of metal displacement in vacuum-arc cathode spots / G. W. McClure // *Journal of Applied Physics*. — 1974. — Vol. 45, no. 5. — Pp. 2078–2084.
- [56] *Utsumi, T.* Study of electrode products emitted by vacuum arcs in form of molten metal particles / T. Utsumi, J. H. English // *Journal of Applied Physics*. — 1975. — Vol. 46, no. 1. — Pp. 126–131.
- [57] *Boys, C. V.* Drops and splashes / C. V. Boys // *Nature*. — 1908. — Vol. 78, no. 2035. — Pp. 666–667.
- [58] *Worthington, A. M.* A study of splashes / A. M. Worthington. — Longmans, Green, and Co., 1908. — P. 130.
- [59] *Edgetron, H. E.* Flash! / H. E. Edgetron, J. R. Killian. — Charles T. Branford company, 1939. — P. 215.
- [60] *Kemp, M.* Stilled splashes / M. Kemp // *Nature*. — 1998. — Vol. 396, no. 6712. — P. 633.
- [61] *Stow, C. D.* An experimental investigation of fluid flow resulting from the impact of a water drop with an unyielding dry surface / C. D. Stow, M. G. Hadfield // *Proceedings of the Royal Society A*. — 1981. — Vol. 373, no. 1755. — Pp. 419–441.
- [62] *Reil, K.* An apparatus for the production of uniform sized water drops, at desired time intervals / K. Reil, J. Hallett // *Review of Scientific Instruments*. — 1969. — Vol. 40, no. 4. — Pp. 533–534.
- [63] *Josserand, C.* Drop impact on a solid surface / C. Josserand, S. T. Thoroddsen // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 2016. — Vol. 48. — Pp. 365–391.
- [64] *Mundo, C. H. R.* Droplet-wall collisions: experimental studies of the deformation and breakup process / C. H. R. Mundo, M. Sommerfeld, C. Tropea // *International journal of multiphase flow*. — 1995. — Vol. 21, no. 2. — Pp. 151–173.
- [65] *Cossali, G. E.* The impact of a single drop on a wetted solid surface / G. E. Cossali, A. Coghe, M. Marengo // *Experiments in fluids*. — 1997. — Vol. 22, no. 6. — Pp. 463–472.

- [66] *Range, K.* Influence of surface roughness on liquid drop impact / K. Range, F. Feuillebois // *Journal of colloid and interface science.* — 1998. — Vol. 203, no. 1. — Pp. 16–30.
- [67] *Wang, A. B.* Splashing impact of a single drop onto very thin liquid films / A. B. Wang, C. C. Chen // *Physics of fluids.* — 2000. — Vol. 12, no. 9. — Pp. 2155–2158.
- [68] *Vander Wal, R. L.* The splash/non-splash boundary upon a dry surface and thin fluid film / R. L. Vander Wal, G. M. Berger, S. D. Mozes // *Experiments in fluids.* — 2006. — Vol. 40, no. 1. — Pp. 53–59.
- [69] Experimental investigation of splash and crown formation during single drop impact on wetted surfaces / R. Rioboo, C. Bauthier, J. Conti et al. // *Experiments in fluids.* — 2003. — Vol. 35, no. 6. — Pp. 648–652.
- [70] *Bai, C.* Development of methodology for spray impingement simulation / C. Bai, A. D. Gosman. — 1995. — Vol. 104. — Pp. 550–568.
- [71] *Bai, C. X.* Modeling of gasoline spray impingement / C. X. Bai, H. Rusche, A. D. Gosman // *Atomization and Sprays.* — 2002. — Vol. 12, no. 1-3. — Pp. 1–27.
- [72] *Huang, Q.* A study of different fluid droplets impacting on a liquid film / Q. Huang, H. Zhang // *Petroleum science.* — 2008. — Vol. 5, no. 1. — Pp. 62–66.
- [73] *Yarin, A. L.* Impact of drops on solid surfaces: self-similar capillary waves, and splashing as a new type of kinematic discontinuity / A. L. Yarin, D. A. Weiss // *Journal of Fluid Mechanics.* — 1995. — Vol. 283. — Pp. 141–173.
- [74] *Josserand, C.* Droplet splashing on a thin liquid film / C. Josserand, S. Zaleski // *Physics of fluids.* — 2003. — Vol. 15, no. 6. — Pp. 1650–1657.
- [75] *Taylor, G. I.* The dynamics of thin sheets of fluid. III. Desintegration of fluid sheets / G. I. Taylor, L. Howarth // *Proceedings of the Royal Society A.* — 1959. — Vol. 253, no. 1274. — Pp. 313–321.
- [76] *Culick, F. E. C.* Comments on a ruptured soap film / F. E. C. Culick // *Journal of applied physics.* — 1960. — Vol. 31, no. 6. — Pp. 1128–1129.

- [77] *Thoroddsen, S. T.* The ejecta sheet generated by the impact of a drop / S. T. Thoroddsen // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2002. — Vol. 451. — Pp. 373–381.
- [78] *Krechetnikov, R.* Towards stability theory on time-dependent spatial domains with symmetry. — Marsden Minisymposium. — 2011. — July 21.
- [79] *Worthington, A. M.* On the Forms Assumed by Drops of Liquids Falling Vertically on a Horizontal Plate / A. M. Worthington // *Proceedings of the Royal Society of London*. — 1876. — Vol. 25. — Pp. 261–272.
- [80] *Allen, R. F.* The role of surface tension in splashing / R. F. Allen // *Journal of colloid and interface science*. — 1975. — Vol. 51, no. 2. — Pp. 350–351.
- [81] *Fullana, J. M.* Stability of a growing end rim in a liquid sheet of uniform thickness / J. M. Fullana, S. Zaleski // *Physics of Fluids*. — 1999. — Vol. 11, no. 5. — Pp. 952–954.
- [82] *Roisman, I. V.* Spray impact: rim transverse instability initiating fingering and splash, and description of a secondary spray / I. V. Roisman, K. Horvat, C. Tropea // *Physics of Fluids*. — 2006. — Vol. 18, no. 10. — P. 102104.
- [83] *Strutt, J. W.* On the instability of jets / J. W. Strutt, Lord Rayleigh // *Proceedings of the London mathematical society*. — 1878. — Vol. 10. — Pp. 4–13.
- [84] Wetting and spreading / D. Bonn, J. Eggers, J. Indekeu et al. // *Reviews of modern physics*. — 2009. — Vol. 81, no. 2. — Pp. 739–805.
- [85] *Eggers, J.* Physics of liquid jets / J. Eggers, E. Villermaux // *Reports on progress in physics*. — 2008. — Vol. 71, no. 3. — P. 036601.
- [86] *Thoroddsen, S. T.* Evolution of the fingering pattern of an impacting drop / S. T. Thoroddsen, J. Sakakibara // *Physics of Fluids*. — 1998. — Vol. 10, no. 6. — Pp. 1359–1374.
- [87] Experimental investigation on splashing and nonlinear fingerlike instability of large water drops / S. S. Yoon, R. A. Jepsen, M. R. Nissen, T. J. O'Hern // *Journal of Fluids and Structures*. — 2007. — Vol. 23, no. 1. — Pp. 101–115.

- [88] *Xu, L.* Drop splashing on a dry smooth surface / L. Xu, W. W. Zhang, S. R. Nagel // *Physical review letters*. — 2005. — Vol. 94, no. 18. — P. 184505.
- [89] *Krechetnikov, R.* Crown-forming instability phenomena in the drop splash problem / R. Krechetnikov, G. M. Homsy // *Journal of colloid and interface science*. — 2009. — Vol. 331, no. 2. — Pp. 555–559.
- [90] *Deegan, R. D.* Rayleigh-Plateau instability causes the crown splash / R. D. Deegan, P. Brunet, J. Eggers. — arXiv:0806.3050, 2008.
- [91] Wavelength selection in the crown splash / L. V. Zhang, P. Brunet, J. Eggers, R. D. Deegan // *Physics of Fluids*. — 2010. — Vol. 22, no. 12. — P. 122105.
- [92] *Ламб, Г.* Гидродинамика / Г. Ламб. — Гостехиздат, 1947. — С. 929.
- [93] *Rieber, M.* A numerical study on the mechanism of splashing / M. Rieber, A. Frohn // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. — 1999. — Vol. 20, no. 5. — Pp. 455–461.
- [94] *Krechetnikov, R.* Stability of liquid sheet edges / R. Krechetnikov // *Physics of Fluids*. — 2010. — Vol. 22, no. 9. — P. 092101.
- [95] *Daalder, J. E.* A cathode spot model and its energy balance for metal vapour arcs / J. E. Daalder // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1978. — Vol. 11, no. 12. — Pp. 1667–1682.
- [96] *Daalder, J. E.* Joule heating and diameter of the cathode spot in a vacuum arc / J. E. Daalder. — Technische Hogeschool. Afdeling der Elektrotechniek. vakgroep hoge spanning en hoge stromen, 1973.
- [97] *Hantzsche, E.* A new model of crater formation by arc spots / E. Hantzsche // *Contributions to Plasma Physics*. — 1977. — Vol. 17, no. 1. — Pp. 65–74.
- [98] *Месяц, Г. А.* Взырывная эмиссия электронов из металлических острий / Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 1971. — Т. 13, В. 1. — С. 7–10.
- [99] Взырывная эмиссия электронов / С. П. Бугаев, Е. А. Литвинов, Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский // *Успехи физических наук*. — 1975. — Т. 115, В. 1. — С. 101–120.

- [100] Литвинов, Е. А. Автоэмиссионные и взрывоэмиссионные процессы при вакуумных разрядах / Е. А. Литвинов, Г. А. Месяц, Д. И. Проскуровский // *Успехи физических наук*. — 1983. — Т. 139, В. 2. — С. 265–302.
- [101] Uimanov, I. V. A two-dimensional nonstationary model of the initiation of an explosive center beneath the plasma of a vacuum arc cathode spot / I. V. Uimanov // *IEEE transactions on plasma science*. — 2003. — Vol. 31, no. 5. — Pp. 822–826.
- [102] Barengolts, S. A. Initiation of ecton processes by interaction of a plasma with a microprotrusion on a metal surface / S. A. Barengolts, G. A. Mesyats, M. M. Tsventoukh // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2008. — Vol. 107, no. 6. — Pp. 1039–1048.
- [103] Barengolts, S. A. Explosive electron emission ignition at the “W-Fuzz” surface under plasma power load / S. A. Barengolts, G. A. Mesyats, M. M. Tsventoukh // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2011. — Vol. 39, no. 9. — Pp. 1900–1904.
- [104] Shmelev, D. L. Kinetic modeling of initiation of explosion center on cathode under dense plasma / D. L. Shmelev, S. A. Barengolts // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2013. — Vol. 41, no. 8. — Pp. 1959–1963.
- [105] Barengolts, S. A. Pre-explosion phenomena beneath the plasma of a vacuum arc cathode spot / S. A. Barengolts, D. L. Shmelev, I. V. Uimanov // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2015. — Vol. 43, no. 8. — Pp. 2236–2240.
- [106] Месяц, Г. А. Двумерная модель образования элементарного кратера на катоде вакуумного разряда / Г. А. Месяц, И. В. Уйманов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. — 2015. — Т. 58, В. 9-2. — С. 204–208.
- [107] Mesyats, G. A. Hydrodynamics of the molten metal during the crater formation on the cathode surface in a vacuum arc / G. A. Mesyats, I. V. Uimanov // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2015. — Vol. 43, no. 8. — Pp. 2241–2246.
- [108] Mesyats, G. A. Semiempirical Model of the Microcrater Formation in the Cathode Spot of a Vacuum Arc / G. A. Mesyats, I. V. Uimanov // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2017. — Vol. 45, no. 8. — Pp. 2087–2092.

- [109] Detailed numerical simulation of cathode spots in high-current vacuum arcs / H. T. C. Kaufmann, M. D. Cunha, M. S. Benilov et al. // *Discharges and Electrical Insulation in Vacuum (ISDEIV)*, 2016 27th International Symposium on / IEEE. — Vol. 2. — 2016. — Pp. 1–4.
- [110] Detailed numerical simulation of cathode spots in vacuum arcs: Interplay of different mechanisms and ejection of droplets / H. T. C. Kaufmann, M. D. Cunha, M. S. Benilov et al. // *Journal of Applied Physics*. — 2017. — Vol. 122, no. 16. — P. 163303.
- [111] Detailed Numerical Simulation of Cathode Spots in Vacuum Arcs-I / M. D. Cunha, H. T. C. Kaufmann, M. S. Benilov et al. // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2017. — Vol. 45, no. 8. — Pp. 2060–2069.
- [112] Modeling of cathode spot crater formation and development in vacuum arc / X. Zhang, L. Wang, S. Jia, D. L. Shmelev // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2017. — Vol. 50, no. 45. — P. 455203.
- [113] *Месяц, Г. А.* Динамика расплавленного металла в катодном пятне вакуумной дуги: порог расплескивания / Г. А. Месяц, Н. М. Зубарев // *Известия высших учебных заведений. Физика*. — 2014. — Т. 57, В. 11/3. — С. 275–279.
- [114] Thermophysical properties of molten tungsten measured with an electrostatic levitator / P. F. Paradis, T. Ishikawa, R. Fujii, S. Yoda // *Heat Transfer – Asian Research*. — 2006. — Vol. 35, no. 2. — Pp. 152–164.
- [115] *Месяц, Г. А.* Механизмы генерации аномальных ионов вакуумной дуги / Г. А. Месяц, С. А. Баренгольд // *Успехи физических наук*. — 2002. — Т. 172, В. 10. — С. 1113–1130.
- [116] *Физические величины* / Под ред. И. С. Григорьев, Е. З. Мейлихова. — Энергоатомиздат, 1991. — С. 1232.
- [117] *Iida, T.* The physical Properties of Liquid Metals / T. Iida, R. I. L. Guthrie. — Clarendon press, 1988. — P. 288.
- [118] *Гидродинамика* / Под ред. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Наука, 1986. — Т. 6 из *Теоретическая физика*. — С. 736.

- [119] Universal Rim Thickness in Unsteady Sheet Fragmentation / Y. Wang, R. Dandekar, N. Bustos et al. // *Physical review letters*. — 2018. — Vol. 120, no. 20. — P. 204503.
- [120] *Mesyats, G. A.* Critical point parameters and cathode spot cells in vacuum arcs / G. A. Mesyats, M. M. Tsventoukh // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2015. — Vol. 43, no. 9. — Pp. 3320–3322.
- [121] *Uimanov, I. V.* Model of the formation of an elementary crater on the CuCr cathode of a vacuum interrupters / I. V. Uimanov, D. L. Shmelev, S. A. Barengolts // Discharges and Electrical Insulation in Vacuum (ISDEIV), 2016 27th International Symposium on / IEEE. — Vol. 1. — 2016. — Pp. 1–4.
- [122] *Daalder, J. E.* Energy dissipation in the cathode of a vacuum arc / J. E. Daalder // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 1977. — Vol. 10, no. 16. — Pp. 2225–2234.